ELEMENTOS PARA UNA RECONSTRUCCIÓN LÓGICA DE LA TEORÍA DEL VALOR DE MARX

ADOLFO G. DE LA SIENRA*
Universidad Michoacana
de San Nicolás de Hidalgo

En *The Logical Structure of Mathematical Physics*,[1] Joseph D. Sneed dio a conocer una concepción de las teorías físicas que ha resultado ser fructífera y adecuada para el análisis de las teorías pertenecientes a la física matemática. Sin embargo, la metateoría de Sneed parece ser aplicable también a teorías pertenecientes a otros campos. Diederich y Fulda [1978], por ejemplo, han dado plausibilidad a la suposición de que la metateoría estructural puede servir para aclarar ciertos rasgos típicos de la teoría económica presentada en *El capital* de Marx. Según estos autores, la teoría que presenta Marx en la obra mencionada está constituida por una sucesión de teorías parciales, cada vez más ricas y concretas, que están conectadas muy estrechamente entre sí. Si esta apreciación es correcta —pienso que sí lo es— y si la teoría del valor-trabajo (*TVT*, en adelante) es la primera de la sucesión, o la "más fundamental" en algún sentido, entonces se comprenderá que la reconstrucción lógica de la teoría económica formulada en *El capital* debe comenzar por la reconstrucción lógica de *TVT*. El propósito del presente artículo es exponer ciertos obstáculos que es necesario remover para dar cauce a la reconstrucción lógica de *TVT*, y avanzar un tanto en esta dirección, dentro de los lineamien-

[1] Ver la bibliografía al final.

* Agradezco las valiosas críticas y sugerencias que hicieron los profesores C. Ulises Moulines y J. D. Sneed a una versión preliminar de este trabajo, y agradezco también, de manera muy especial, las observaciones del profesor Luis M. Rivera, de la Escuela de Físico-matemáticas de la UMSNH, mismas que fueron decisivas para resolver algunas cuestiones. Desde luego, sólo yo soy responsable de los defectos de este trabajo.

tos de la metateoría estructural de Sneed. El hilo conductor de la exposición es la cuestión de la teoreticidad del valor entendido como una función métrica.

1. *Las herramientas metateóricas*

De acuerdo con Sneed,[2] una teoría científica se puede reconstruir como una red teórica (*theory-net*) cuyos nodos son elementos teóricos (*theory-elements*) y cuyas cuerdas son relaciones de cierto tipo entre elementos teóricos. En el caso de la teoría formulada en *El capital*, los elementos teóricos corresponderían a las teorías parciales mencionadas y la red teórica sería precisamente la sucesión de estos elementos en un cierto orden que posiblemente constituye una cadena. La especificación de las relaciones que determinan la ordenación sería una de las metas de la reconstrucción completa de la teoría y no necesitamos especular al respecto.

La definición del concepto de elemento teórico requiere de la previa introducción de otros conceptos, por lo que empezaremos a introducirlos.

(DS1) X es una *matriz teorético-elemental de orden* $m+k$ si y sólo si

(1) X es un conjunto no vacío;
(2) m y k son enteros tales que $0 < m$ y $0 \leqslant k$;
(3) para todo $x \in X$, existen $n_1, \ldots, n_m, t_1, \ldots, t_k$ tales que $x = \langle n_1, \ldots, n_m, t_1, \ldots, t_k \rangle$.

La idea intuitiva es que cada $x \in X$ es un $m+k$–tuplo de conjuntos, relaciones y funciones que serán llamados las *componentes* de los tuplos; las componentes t_i son llamadas componentes *teóricas* y las demás *no-teóricas*. Así, X es un conjunto de $m+k$–tuplos cuyas componentes son conjuntos, relaciones y funciones.

[2] Me refiero al artículo de Balzer y Sneed [1976]. Este artículo contiene una exposición técnica y sucinta de la metateoría estructural. Me atengo a él en lo que sigue.

(DS2) X es un *núcleo teorético-elemental* si y sólo si existen M_p, M_{pp}, r, M, C, m y k tales que

(1) $X = \langle M_p, M_{pp}, r, M, C\rangle$
(2) M_p es una matriz teorético-elemental de orden $m + k$;
(3) $M_{pp} = \{\langle n_1, \ldots, n_m\rangle \mid \langle n_1, \ldots, n_m, t_1, \ldots, t_k\rangle \in M_p\}$;

(4) r: $M_p \rightarrow M_{pp}$ es tal que $r(\langle n_1, \ldots, n_m, t_1, \ldots, t_k\rangle) =_{\text{def}} \langle n_1, \ldots, n_m\rangle$;
(5) $M \subseteq M_p$;
(6) C es una condición de ligadura para M_p.

Para ilustrar la definición, supóngase que tenemos un elemento teórico axiomatizado mediante la definición de un predicado conjuntístico, por ejemplo la mecánica de los puntos materiales.[3] En la definición del predicado figuran las primitivas P, T, s, m y f junto con siete axiomas. El axioma (1) estipula la forma de las estructuras que satisfarían el predicado, los axiomas (2)-(6) estipulan la naturaleza matemática de las primitivas y el axioma (7) relaciona nomológicamente a las primitivas entre sí. A los axiomas (1)-(6) los llamaremos *axiomas de estructura* y el axioma (7) será llamado un *axioma propiamente dicho*. Además, en el con-

[3] Téngase presente la siguiente axiomatización:
X es un *sistema mecánico de puntos materiales* si y sólo si existen P, T, s, m y f tales que

(1) $X = \langle P, T, s, m, f\rangle$;
(2) P es un conjunto finito, no vacío;
(3) T es un intervalo de números reales;
(4) s: $P \times T \rightarrow R^3$ es una función doblemente diferenciable con respecto al tiempo en el subintervalo abierto de T;
(5) m: $P \rightarrow R$ es una función con valores reales positivos;
(6) f: $P \times T \times N \rightarrow R^3$ es una función tal que la serie $\sum_{i \in N} f(u, t, i)$ es absolutamente convergente para todo $u \in P$ y $t \in T$;
(7) para toda $u \in P$ y $t \in T$:

$$m(u) \cdot \frac{d^2}{dt} s(u,t) = \sum_{i \in N} f(u,t,i).$$

junto de los axiomas de estructura pueden distinguirse dos tipos: los que estipulan la naturaleza matemática de los términos T-teóricos y los que estipulan la de los que son no T-teoréticos; son del primer tipo los axiomas (5) y (6) mientras que los axiomas (1)-(4) son del segundo. Las distinciones anteriores valen en general para toda formulación de un elemento teórico mediante la definición de un predicado de conjuntos. De esta manera, si T es un elemento teórico así formulado, la estructura $K = \langle M_p, M_{pp}, r, M, C \rangle$ es el núcleo de T si y sólo si M_p es la clase de los modelos de los axiomas de estructura; M_{pp} es la clase de los modelos posibles parciales, esto es, la clase de los axiomas estructurales que estipulan la naturaleza matemática de los términos no T-teóricos; r es la operación que transforma los elementos de M_p en elementos de M_{pp}; eliminando las componentes T-teóricos de los tuplos en M_p; M es la clase de los sistemas que satisfacen la totalidad de los axiomas de T y C es un conjunto de condiciones de ligadura que recoge ciertas conexiones entre diferentes aplicaciones de T.

Si $K = \langle M_p, M_{pp}, r, M, C \rangle$ es un núcleo teorético elemental $A(K)$, el contenido empírico de K, es una familia de subconjuntos de M_{pp} tal que a cada modelo en cualquiera de estos subconjuntos en $A(K)$ se le pueden agregar componentes teóricas de manera que resulte un modelo en M y tal que la totalidad de las componentes teóricas satisface la condición C; en símbolos

(DS3) $A(K) =_{\text{def}} \bar{r}(\mathcal{P}(M) \cap C)$; donde $\bar{r}: \mathcal{P}(\mathcal{P}(M_p)) \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{P}(M_{pp}))$ es la función inducida por r y $\mathcal{P}(\mathcal{P}(M_p))$ es la potencia de la potencia de M_p.

La definición de elemento teórico se obtiene ahora de manera inmediata.

(DS4) X es un *elemento teórico* sólo si existen K e I tales que

(1) $X = \langle K, I \rangle$;
(2) $K = \langle M_p, M_{pp}, r, M, C \rangle$ es un núcleo teórico elemental;
(3) $I \subseteq M_{pp}$.

En realidad, (DS4) proporciona sólo una condición necesaria para un elemento teórico. I se interpreta como el dominio de pretendidas aplicaciones, esto es, los objetos de la teoría. Pero obsérvese que los objetos de la teoría están caracterizados de manera puramente no teórica; la afirmación empírica del elemento teórico consiste precisamente en que tales objetos pueden ser expandidos en respectivos modelos en M que satisfacen la condición C, es decir:

(DS5) Si $\langle K, I \rangle$ es un elemento teórico entonces que $I \in A(K)$ es la afirmación empírica de $\langle K, I \rangle$.

2. *La cuestión de la teoreticidad del concepto de valor*

Según Marx, los productos del trabajo sólo pueden compararse entre sí, en el mercado, con respecto a su valor. En esta comparación se establecen relaciones de igualdad y desigualdad entre los productos. Así, un producto p puede ser igual, mayor o menor en valor que un producto p'. Estas tres relaciones integran un conjunto de relaciones de orden lineal.[4] La existencia de un conjunto de relaciones tal implica la existencia de una *cantidad* correspondiente en las cosas relacionadas, cantidad que admite variaciones en su *magnitud*. El proceso de medición de la cantidad culmina con la asignación de números a las cosas que la poseen, números que representan las magnitudes de la cantidad en cada caso y que deben ser proporcionales a las mismas magnitudes. Si existe un procedimiento para medir la cantidad, entonces es usual representarla mediante una *función* —que por lo regular recibe el mismo nombre que la cantidad— que establece la asignación recién descrita; se trata, por lo tanto, de

[4] Cfr. Ellis [1968], pp. 24 y ss.

una función cuyo dominio son las cosas que poseen la cantidad y que tiene por codominio un conjunto de números. Llamemos 'función valor' a la función que asigna a cada producto la medida de su magnitud de valor y denotémosla por 'v'. El problema que nos ocupará en lo subsecuente se puede formular así: ¿es v una función TVT-teórica?

Una función f es T-teórica si todos los métodos de determinación de f dependen esencialmente del uso de la teoría T. Un método de determinación de f depende esencialmente del uso de T si involucra la aplicación de lo que Moulines [1976] denomina una 'sistematización teórica' (*theoretical systematization*) perteneciente a T; es decir, una ley o simplemente una ecuación perteneciente a T, que establece conexiones sistemáticas entre los valores de f y los de otros términos de la teoría. De esta manera, f es T-teórica si todos los métodos para la determinación de sus valores presuponen la validez de alguna ley o ecuación perteneciente a la teoría T.

Marx escribió que es "sólo la *cantidad de trabajo socialmente necesario* [...] o el *tiempo de trabajo socialmente necesario para la producción de un valor de uso*, lo que determina su *magnitud* de valor".[5] Sólo el tiempo socialmente necesario (*TSN*, en adelante) para la producción de un valor de uso determina su magnitud de valor, pero ¿qué es el *TSN* de un valor de uso y en qué sentido *determina* su magnitud de valor? El *TSN* de un valor de uso es la medida de su valor y se expresa mediante lo que Suppes [1959] ha denominado 'numerales unitizados' (*unitized numerals*), es decir, numerales referidos a un sistema de unidades de medición. De esta manera, el *TSN* de un valor de uso es un *número* que determina su magnitud de valor en el sentido de que es *la medida de su magnitud de valor*. Se sigue que el *TSN* de un valor de uso p es el valor que toma la función v para el argumento p. El problema que nos ocupa puede ser entonces reformulado como sigue. ¿Involucra la deter-

[5] Marx [1977], p. 48.

minación del *TSN* de los diferentes productos la aplicación de una sistematización teórica perteneciente a *TVT* que establezca una conexión sistemática entre v y otros conceptos de la teoría? Aunque no sea más que para exhibir su pésimo nivel teórico, conviene comentar aquí que todos los manuales de economía política marxista que han llegado a mis manos y que tratan el problema de la determinación del *TSN* de los productos implican una respuesta negativa a esta pregunta.[6] Todos estos textos comparten la suposición —bastante difundida por cierto— de que el *TSN* de un producto de cierto género no es más que la medida aritmética resultante de dividir la suma de los tiempos de producción de todos los productos del género por el número de productos del mismo género. Este método de determinación del *TSN* de los productos no involucra la aplicación de una sistematización teórica perteneciente a *TVT*, ya que sólo requiere de mediciones directas: basta con medir con un cronómetro los tiempos de producción de todos los productos del género, hacer un conteo de todos estos productos y efectuar la operación aritmética indicada. Incluso, si el número de productos es demasiado grande se puede acudir a métodos estadísticos. Deberá resultar evidente, sin embargo, a partir de las consideraciones teóricas que se exponen a continuación, que este método de determinación de los valores de v arroja resultados absolutamente erróneos casi en la totalidad de los casos.

3. *Una familia de conceptos anexos al concepto de valor*

Todo producto es *producto de* un proceso de trabajo. Podemos representar un proceso de trabajo como una terna $t = \langle X, Y, Z \rangle$ que satisface la relación T, donde $T(\langle X, Y, Z \rangle)$ si y sólo si los elementos de X transforman a los de Z, utilizando a los de Y, para producir un valor de uso previamente diseñado. Las variables X, Y y Z toman sus valores en $\mathcal{P}(U)$, donde U es el conjunto de los valores de

[6] Me refiero en particular a los siguientes: Harnecker [1969], Lapidus y Ostrovitianov [1971] y Pesenti [1974].

uso. De esta manera, a cada proceso de trabajo $t \in T$ le corresponde un valor de uso que será llamado *su producto* y denotado por '$\pi(t)$'.

Otros conceptos de *TVT*, que se obtienen de manera natural a partir de los anteriores, son introducidos en la siguiente definición.

(D1) Si $t = \langle X, Y, Z \rangle$ es un elemento arbitrario de T entonces

- (1.1) la *fuerza de trabajo* de t, $F(t) =_{\mathrm{def}} X$;
- (1.2) los *medios de trabajo* de t, $M(t) =_{\mathrm{def}} Y$;
- (1.3) los *objetos de trabajo* de t, $O(t) =_{\mathrm{def}} Z$;
- (1.4) los *medios de producción* de t, $MR(t) =_{\mathrm{def}} M(t) \cup O(t)$;
- (1.5) si $m \in MR(t)$ entonces m es un medio de producción *artificial* (*MRA*) si y sólo si existe $t' \in T$ tal que $m = \pi(t')$;
- (1.6) la *materia prima* de t, $MP(t) =_{\mathrm{def}} O(t) \cap MRA(t)$;
- (1.7) los *medios de trabajo artificiales* de t, $MA(t) =_{\mathrm{def}} M(t) \cap MRA(t)$;
- (1.8) t es un *proceso de extracción o recolección* si y sólo si $MP(t) = \phi$;
- (1.9) t es un proceso de trabajo *rudimentario* si y sólo si t es de extracción o recolección y $MA(t) = \phi$.

En las sociedades en las que impera el modo capitalista de producción es casi imposible encontrar procesos de trabajo estrictamente rudimentarios: en los procesos extractivos se utiliza con frecuencia maquinaria técnicamente sofisticada y cuando no se utilizan más que las manos es porque la materia prima ha alcanzado ya un cierto grado de elaboración. A cada proceso de trabajo t dado preceden, pues, una multitud de procesos de trabajo anteriores a través de los cuales se ha llegado a producir sean las materias primas, sean los medios de trabajo artificiales de t. En particular, es importante notar para nuestros propósitos que a cada proceso de trabajo le podemos asociar el conjunto de los procesos de trabajo que producen su materia prima; a su vez, a cada uno de estos procesos le podemos asociar la clase de los que producen su materia prima y así sucesivamente hasta llegar a los procesos extractivos y a la naturaleza como objeto de trabajo. Con base en estas consideraciones se introduce la definición

(D2) Sea t_0 un proceso de trabajo arbitrario. Entonces

(2.1) $r(t_0) = \{t \in T \,/\, \pi(t) \in MP(t_0)\}$;
(2.2) $r(\phi) = \phi$;
(2.3) $r(\{t_1, \ldots, t_n\}) = r(t_1) \cup \ldots \cup r(t_n)$;
(2.4) $R^0(t) = \{t\}$;
(2.5) $R^1(t) = r(t)$;
(2.6) $R^n(t) = r(R^{n-1}(t))$;
(2.7) llamamos a $R^i(t)$ la *i-ésima retrotracción de t.*

Para cada proceso de trabajo t, se obtiene la familia $\mathcal{R}$ de las retrotracciones de t mediante el siguiente procedimiento: (i) $R^0(t) \in \mathcal{R}$ y (ii) si $R^n(t) \in \mathcal{R}$ entonces $R^{n+1}(t) \in \mathcal{R}$. Puesto que ningún proceso de trabajo produce la materia prima de procesos de trabajo que propiamente le preceden, los elementos de $\mathcal{R}$ son ajenos por pares. Además, el número de procesos de trabajo siempre es finito. Es necesario, pues, postular como axioma de *TVT* el enunciado

(M1) $\cup\, \mathcal{R}$ es ajena y finita.

Hemos caracterizado de manera unívoca el conjunto de todos los procesos de trabajo que preceden a un proceso dado. La subsiguiente serie de definiciones y teoremas tiene el efecto de establecer que dicho conjunto posee una cierta estructura.

(D3) Si $\mathcal{R}$ es la familia de las retrotracciones de t entonces llamamos a $\cup \mathcal{R}$ el *procedimiento de producción* del producto de t y lo denotamos por '$A(\pi(t))$'.

Teorema (T1). Para todo producto p: $A(p)$ es finito.

(T2) Si $R^i(t) \neq \phi$ y $R^i(t) \subseteq R^j(t)$ entonces $i = j$.

Demostración. De (M1) se deduce que para toda i, $j \in N$, $i \neq j$ implica $R^i(t) \cap R^j(t) = \phi$. De aquí se obtiene, por contraposición, que $R^i(t) \cap R^j(t) \neq \phi$ implica $i = j$. Pero $R^i(t) \cap R^j(t)$ es no vacía porque, por hipótesis, $R^i(t)$ es no vacía y está incluida en $R^j(t)$.

(T3) Sea $R^j(t)$ la j-ésima retrotracción de t y sean $t_1, \ldots, t_n$ los elementos de $R^j(t)$. Si $R^k(t_i)$ es la k-ésima retrotracción de t_i $(1 \leq i \leq n)$ entonces

$$R^{j+k}(t) = \bigcup_{i=1}^{n} R^k(t_i).$$

Demostración. La demostración procede por inducción sobre k. Sea $R^j(t) = \{t_1, \ldots, t_n\}$. Entonces

$$\begin{aligned}
R^{j+1}(t) &= r(R^j(t)) && (2.6)\\
&= r(\{t_1, \ldots, t_n\}) && \text{hipótesis}\\
&= r(t_1) \cup \ldots \cup r(t_n) && (2.3)\\
&= R^1(t_1) \cup \ldots \cup R^1(t_n) && (2.5)\\
&= \bigcup_{i=1}^{n} R^1(t_i).
\end{aligned}$$

Supóngase ahora que $R^{j+k}(t) = \bigcup_{i=1}^{n} R^k(t_i)$ y sean $t_1^1, \ldots, t_p^1$ los elementos de $R^k(t_1)$; $t_1^2, \ldots t_q^2$ los de $R^k(t_2)$; $\ldots$; $t_1^n, \ldots, t_r^n$ los de $R^k(t_n)$. Entonces

$$\bigcup_{i=1}^{n} R^k(t_i) = \{t_1^1, \ldots, t_r^n\} \text{ y}$$

$$R^{j+(k+1)}(t) = r(R^{j+k}(t)) \qquad (2.6)$$

$$
\begin{aligned}
&= r(\bigcup_{i=1}^{n} R^k(t_i)) && \text{(HI)}\\
&= r(\{t_1^1, \ldots, t_r^n\}) && \text{(H)}\\
&= r(t_1^1) \cup \ldots \cup r(t_r^n) && (2.3)\\
&= r(\{t_1^1, \ldots, t_p^1\}) \cup \ldots \cup && (2.3)\\
&\quad r(\{t_1^n, \ldots, t_r^n\}) &&\\
&= r(R^k(t_1)) \cup \ldots \cup r(R^k(t_n)) && \text{(H)}\\
&= R^{k+1}(t_1) \cup \ldots \cup R^{k+1}(t_n) && (2.6)\\
&= \bigcup_{i=1}^{n} R^{k+1}(t_i).
\end{aligned}
$$

(D4) Si $p = \pi(t)$ y t' es un proceso de trabajo, decimos que t' *precede a* t, o $t' \leqslant t$, si y sólo si $t' \in A(p)$.

(T4) La relación de precedencia entre procesos de trabajo es una relación de orden parcial.

Demostración

(i) $\leqslant$ es reflexiva. Esto es inmediato puesto que, por (D2), (D3) y construcción de $\mathcal{R}$ tenemos que $t \in \{t\} = R^o(t) \subseteq A(\pi(t))$, de donde, por (D4), $t \leqslant t$.

(ii) $\leqslant$ es antisimétrica. Si $t_1 \leqslant t_2$ y $t_2 \leqslant t_1$ entonces, por (D4), $t_1 \in A(\pi t_2)$ y $t_2 \in A(\pi t_1)$. En la deducción de $t_1 = t_2$ obsérvese primero que si cualquiera de los procesos, digamos t_1, es un proceso de extracción entonces $A(\pi(t_1)) = \{t_1\}$ y no hay nada que demostrar. Podemos suponer entonces que ni t_1 ni t_2 son procesos de extracción. Como $t_1 \in A(\pi(t_2))$, se sigue que hay una $k \in N$ tal que $t_1 \in R^k(t_2)$; análogamente, existe $j \in N$ tal que $t_2 \in R^j(t_1)$. Si $\bigcup_{i \in I} R^k(t_i)$ es la unión de las k-ésimas retrotracciones de los elementos de $R^j(t_1)$ entonces tenemos, por (T3),

$$t \in R^k(t_2) \subseteq \bigcup_{i \in I} R^k(t_i)^k(t_i) = R^{j+k}(t_1).$$

Se sigue que $R^o(t_1) = \{t_1\} \subseteq R^{j+k}(t_1)$ y; por (T2); que

$j + k = 0$, de donde $j = 0$ y $k = 0$. Pero en tal caso $t_2 \in R^j(t_1) = R^0(t_1) = \{t_1\}$ y $t_1 = t_2$.

(iii) $\leqslant$ es transitiva. Si $t_1 \leqslant t_2$ y $t_2 \leqslant t_3$ entonces $t_1 \in A(\pi(t_2))$ y $t_2 \in A(\pi(t_3))$. Luego, existen k y j tales que $t_1 \in R^k(t_2)$ y $t_2 \in R^j(t_3)$, pero, por (T3),

$$t_1 \in R^k(t_2) \subseteq \bigcup_{i \in I} R^k(t_i) = R^{j+k}(t_3) \quad (t_i \in R^j(t_3)).$$

De donde se concluye que $t_1 \in A(\pi(t_3))$.

(T5) Para todo producto p: existen en $A(p)$ procesos de extracción. Más aún, si $p = \pi(t)$ entonces existe $k \in N$ tal que, para todo $j > k$, $R^j(t) = \phi$.

Demostración. Si $R^j(t)$ fuera no vacía para toda $j \in N$ entonces la unión ajena $\bigcup_{i \in N} R^i(t) = A(\pi(t))$ sería infinita, contrariamente a (M1). En consecuencia, por lo menos los procesos en $R^k(t)$ son de extracción.

(T6) Para todo producto $p = \pi(t)$: el procedimiento de producción $A(p)$ es un *sup* semirretículo con respecto a la relación de precedencia, $t = sup\, A(p)$ y los procesos de extracción de $A(p)$ son sus elementos minimales. La demostración se deja a cargo del lector.

Hay un concepto en *TVT* cuya importancia es difícil de exagerar y al que sin embargo no se le ha concedido un tratamiento cuidadoso. Me refiero al concepto de género de productos (o de valores de uso). Intuitivamente hablando, dos valores de uso son del mismo género "si se parecen mucho": por ejemplo, todos convendremos en que dos sacos de trigo del mismo peso pertenecen a un mismo género, pero no así una camisa y un litro de gasolina. ¿Cómo tornar precisa esta comprensión intuitiva? Sea *U* el conjunto de los valores de uso y sean *a*, *b* y *c* elementos de *U*. Es fácil ver entonces que se cumple lo siguiente: (i) *a* pertenece al mismo género que a; (ii) si a pertenece al mismo género que b entonces b pertenece al mismo género que a; (iii) si a pertenece al mismo género que b y b pertenece al mismo género que c entonces a pertenece al mismo género que c; (iv) existe más de un género de valores de uso. Se sigue que la familia de los géneros de valores de uso constituye una partición del conjunto U. Esto implica que existe una relación de equivalencia G que induce la partición de U en clases de equivalencia (en géneros). De esta manera, dos valores de uso son del mismo género si y sólo si están conectados por G. Una condición mínima que deben satisfacer dos productos para estar conectados por G es que estén elaborados a partir de materias primas (y/o brutas) homogéneas. Esta condición se expresa en el axioma

(M2) Sean $p = \pi(t)$ y $p' = \pi(t')$ productos arbitrarios. Si $G(p,p')$ entonces existe una biyección

$$\beta : O(t) \simeq O(t') \text{ (en particular, } \beta : MP(\mathrm{t}) \simeq MP(\mathrm{t}'))$$

tal que, para todo $o \in O(t)$, $G(o, \beta(o))$.

Una consecuencia interesante de (M2) se da en el siguiente teorema, cuya demostración queda a cargo del lector.

(T7) Si $G(p,p')$ entonces $A(p)$ es isomorfo con $A(p')$.

4. *Consideraciones sobre el concepto de proceso de valorización.*

De acuerdo con Marx, el *TSN* de las materias primas es *parte* del *TSN* del producto y los medios de trabajo artificiales transfieren al producto una *parte* de su valor. Además, la fuerza de trabajo incorpora a los objetos de trabajo un nuevo valor mediante la adición de una cantidad determinada de trabajo. De esta manera, el valor del producto se descompone en diversos elementos y puede ser expresado como la suma de los mismos. Utilizando la notación anteriormente introducida, esta suma se puede formular así:

$$\text{(M3)} \quad v(p) = \sum_{o \in O(t)} v(o) + \sum_{m_i \in M(t)} \mu_i v(m_i) + w(t)$$

para todo producto p y en la inteligencia de que p es el producto de t. Llamaremos a (M3) la *Ley de descomposición del valor.*

La formulación (M3) presupone que la función v está definida sobre valores de uso que no son productos del trabajo pero en realidad este es un requerimiento inocuo y fácil de cumplir simplemente estipulando que el valor de v para cualquiera de esos argumentos sea igual a cero. μ_i es una constante que depende del medio de trabajo m_i y que multiplicada por su valor arroja la porción de valor que el medio de trabajo transfiere al producto p; μ_i es análoga a lo que Lange [1973] denomina 'índice de reposición'. Por último, $w(t)$ es la medida de la cantidad de trabajo que $F(t)$ agrega a $O(t)$. La definición exacta de estos conceptos se da a continuación.

(D5) Sea m un medio de trabajo del género $[m]$ y sea T_0 el conjunto de los procesos de trabajo t cuyos productos son homogéneos y tales que $m \in M(t)$. Si no existe $t' \in T$ tal que $t' \notin T_0$ y $m \in M(t')$ entonces

(5.1) $\gamma\ (m, [\pi(t)])$, la *duración efectiva de m, aplicado a la producción de productos del género* $[\pi(t)]$, es igual por definición al cardinal de T_0;

(5.2) $\tau\ ([m], [\pi(t)])$, la *duración media de un medio de trabajo del género* $[m]$, *aplicado a la producción de productos del género* $[\pi(t)]$, es igual por definición a

$$\sum_{m \in [m]} \gamma\ (m, [\pi(t)]) \cdot \left(\frac{1}{\operatorname{card}([m])}\right);$$

(5.3) $\mu\ ([m]), [\pi(t)])$, el *coeficiente técnico de transferencia de un medio de trabajo del género* $[m]$, *aplicado a la* *producción de productos del género* $[\pi(t)]$ es igual por definición a

$$\frac{1}{\tau([m], [\pi(t)])}$$

Este coeficiente será denotado simplemente por μ, cuando no haya posibilidad de confusión.

(5.4) Sea $[p]$ un género de productos, sea $[t] = \pi^{-1}([p])$ y sea δ la función que asocia a cada proceso de trabajo su duración particular. Entonces la *duración media de los procesos de trabajo del género* $[t]$ es igual por definición a

$$\sum_{t \in [t]} \delta(t) \cdot \left(\frac{1}{\text{card}([t])}\right).$$

Si $t \in [t]$, la duración media de los procesos del tipo $[t]$ será denotada por '$w(t)$' cuando no haya posibilidad de confusión. El primer obstáculo para una reconstrucción lógica de *TVT* surge en conexión con la Ley de descomposición del valor y consiste en lo siguiente. Si se quiere mantener la tesis de que en una formación social dada, o en un sistema económico particular, todos los productos de un mismo género tienen el mismo valor, entonces es necesario —al parecer— imponer una restricción demasiado severa a sus respectivos procedimientos de producción. En efecto, si no se supone que todos estos procedimientos son técnicamente semejantes, en el sentido de que utilizan precisamente los mismos géneros de medios de trabajo artificiales (herramientas, maquinarias), entonces no hay ninguna garantía de que los valores transferidos por estos medios van a ser iguales para todos los casos y, por lo tanto, no hay ninguna garantía de que los valores de los productos vayan a coincidir. Pero esta suposición es ciertamente insostenible. En la práctica económica nos encontramos con productores que producen valores de uso homogéneos aplicando medios de trabajo muy diversos:

piénsese, por ejemplo, que en una misma sociedad coexisten agricultores que producen lo mismo —digamos trigo— utilizando unos maquinaria agrícola de alta tecnología, mientras que otros se atienen aún a sus rústicos arados tirados por animales para roturar y trillar. De esta manera, se abre ante nosotros un dilema: o suponemos que todos los procedimientos de producción de productos de un mismo género son técnicamente semejantes (lo que es falso) o rechazamos que los productos de un mismo género tienen el mismo valor necesariamente (lo que parece contradecir a la teoría de Marx).

¿Cómo resolver el dilema? No es fácil responder a esta pregunta. Lo cierto es que si optamos por admitir que los productos de un mismo género pueden tener valores diferentes, entonces es posible que no se encuentre ningún método para medir el valor de los productos, amén de otras complicaciones teóricas que pudieran surgir. Por eso, mientras el análisis lógico no penetre lo suficiente en este problema, es conveniente mantener la ficción —la aproximación teórica— de que todos los procedimientos de producción de productos de un mismo género son técnicamente semejantes, y en efecto a eso nos atendremos aquí. La definición del concepto de procedimientos técnicamente semejantes se da a continuación.

(D6) Dos *procesos de trabajo* t y t' son *técnicamente semejantes* si y sólo si existe una biyección

$$\beta : MA(t) \simeq MA(t')$$

tal que, para cada $m \in MA(t)$, $G(m, \beta(m))$. Dos *procedimientos de producción* $A(p)$ y $A(p')$ son *técnicamente semejantes* si y sólo si $G(p, p')$ y existe un isomorfismo de semirretículos

$$\Psi : A(p) \cong A(p')$$

tal que, para cada $s \in A(p)$, s es técnicamente semejante a $\Psi(s)$.

El siguiente teorema establece una condición suficiente para que dos productos homogéneos tengan el mismo valor.

(T8) Si $A(p)$ es un procedimiento de producción técnicamente semejante a $A(p')$ y si para toda $s \in A(p)$ se cumple que $v(m)$ $(m \in M(s))$ es igual a $v(m')$ *para algún* $m' \in M(\Psi(s))$ tal que $G(m, m')$ entonces $v(p) = v(p')$. (Se omite la demostración).

5. *El método de determinación del valor*

Sea P el conjunto de los productos y considérese el conjunto cociente P/G. Los elementos de este conjunto son todos los géneros de productos y tienen la forma $[p_i]$ $(1 \leq i \leq n)$, donde n es el número de géneros. Si se supone la proposición

(M4) para todo $p, p' \in P$: si $G(p, p')$ entonces $A(p)$ es técnicamente semejante a $A(p')$,

entonces el problema de la determinación de la función v se reduce al de la determinación de a lo sumo n valores distintos de la misma función, puesto que a todos los productos de un mismo género se les asignará un mismo valor. ¿Cómo se determinan estos n valores distintos?

Por virtud de la ley de descomposición del valor, debe ser descartado como método de determinación de v el procedimiento consistente en dividir la suma de los tiempos de producción de todos los productos del género por el número de productos en el mismo. Este procedimiento no toma en cuenta en lo absoluto que los medios de producción transfieren valor al producto y que la cantidad de valor transferido puede ser considerablemente grande. De hecho, lo único que permite medir el procedimiento es la cantidad de valor que la fuerza de trabajo incorpora a los objetos de trabajo mediante la adición de una cantidad determinada de trabajo. El procedimiento en cuestión no es, pues, más que un método para determinar la magnitud w.

La ley de descomposición del valor parece exigir que, para calcular el valor de un producto arbitrario p, se determinen previamente los valores de las materias primas que intervienen en su producción, así como la porción de valor que cada medio de trabajo transfiere, en virtud de su desgaste, a p. Parece que la determinación del valor de p presupone la determinación previa del valor de los medios de producción. Marx pensó que para determinar el valor de un producto p, digamos hilo, "no es necesario investigar primero el valor del algodón, ya que el capitalista lo ha comprado por su valor en el mercado, por ejemplo a 10 chelines. En el *precio* del algodón ya está representado, como trabajo social general, el trabajo requerido para su producción".[7] Aun suponiendo que el precio del algodón representa efectivamente el valor del mismo, es fácil ver que el valor del algodón se puede medir a partir de su precio si, y solamente si, existe una transformación θ tal que

$$\text{(T)} \quad v(p) = \theta(g(p));$$

donde $g(p)$ es el precio de p, y tal que θ es efectivamente calculable. Desde luego, esto presupone que existe una proporcionalidad entre precios y valores pero, como lo señala correctamente Desai [1977], "el problema de los valores y los precios —el problema de la transformación— ha ocupado y sigue ocupando un lugar central en la controversia desencadenada en torno a la teoría de Marx. Para muchos críticos de Marx, la incapacidad de éste en demostrar la proporcionalidad de precios y valores constituye razón suficiente en favor del abandono de todo el aparato teórico marxista".[8] Entre los teóricos que se han ocupado del problema de la transformación destaca Bortkiewicz [1974] quien, al decir del propio Desai, "muestra claramente que las categorías de valor de Marx no se pueden medir directa-

[7] Marx [1977], p. 226.
[8] p. 68.

mente usando sólo los precios observados".[9] Si esto es así entonces el problema de la determinación del valor no se resuelve a partir del precio, pero hay otra razón epistemológicamente más importante por la que es dable exigir un método independiente de determinación del valor. En efecto, si se cuenta con un método independiente para la determinación del valor entonces es posible construir aplicaciones de *TVT* sin presuponer nada acerca de los precios, lo que a su vez permitiría investigar las relaciones precisas que rigen entre precios y valores (por ejemplo estadísticamente) sin caer en círculos vicios de ninguna especie.

En estas condiciones, retrotraer el problema de la determinación del valor de un producto *p* dado no hace sino multiplicar los problemas: el mismo problema que se planteó para el producto original se plantea ahora para cada uno de los medios de producción artificiales. ¿Hasta dónde podemos retrotraer el problema? Yo invito al lector a que trate de imaginar un modelo medianamente realista de la teoría y a que trate de rastrear en ese modelo los antecedentes productivos de un producto: se sorprenderá al encontrar que entre estos antecedentes se encuentran productos ¡del mismo género del producto cuyo valor queríamos determinar! Pero más se sorprenderá, posiblemente, al constatar que este presunto método de determinación del valor conduce a un círculo vicioso que pone de manifiesto una densa trama en la que ¡todos los productos están relacionados con todos! ¿Se sigue que la ley de descomposición del valor conduce a la *TVT* a un *impasse*? Todo lo contrario. El único método de determinación independiente del valor está basado en una aplicación de dicha ley y presupone su validez. El siguiente teorema establece que, a partir de la ley de descomposición del valor, es posible obtener un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas, con lo que el problema de la determinación del valor se reduce al de la resolución de un sistema

[9] Desai [1977], p. 83.

de ecuaciones lineales con coeficientes cuya determinación no ofrece ningún problema particularmente intrincado.

(T9) (*Teorema de determinación del valor*). Sean $[p_1], \ldots, [p_n]$ todos los géneros de productos y sean $p_1, \ldots, p_n$, respectivamente, productos individuales arbitrarios pero representantes de esos géneros. Sean, asimismo, $t_1, \ldots, t_n$ los procesos de trabajo de $p_1, \ldots, p_n$. El sistema de ecuaciones

$$(S_1)\begin{cases} v(p_1) = \sum_{o \in O(t_1)} v(o) + \sum_{m_i \in M(t_1)} \mu_i v(m_i) + w(t_1) \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ v(p_n) = \sum_{o \in O(t_n)} v(o) + \sum_{m_j \in M(t_n)} \mu_j v(m_j) + w(t_n) \end{cases}$$

es equivalente a un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas.

Demostración. Sea H el conjunto de los representantes $p_1, \ldots, p_n$ y sea $\chi_i : H \rightarrow 2$ $(1 \leq i \leq n)$ la función característica de $O(t_i)$ en H (los elementos de $O(t_i)$ se consideran como representantes de sus respectivos géneros y si son artificiales se hayan entre las p_i; lo mismo vale para los elementos de $M(t_i)$). Así, la función χ_i ha quedado definida por la condición

$$\chi_i(q) = \begin{cases} 1 \text{ si } q \in O(t_i); \\ 0 \text{ si } q \notin O(t_i) \end{cases}$$

para todo $q \in H$. De manera análoga, definimos la función φ_i como sigue:

$$\varphi_i(q) = \begin{cases} \mu_j \text{ si } q = m_j \text{ para algún } m_j \in M(t_i) \text{ y} \\ \mu_j \text{ es el coeficiente técnico de } m_j; \\ 0 \text{ si } q \notin M(t_i) \end{cases}$$

para todo $q \in H$. Entonces tenemos

$$\begin{aligned}
v(p_i) &= \sum_{q \in H} \chi_i(q)\, v(q) + \sum_{q \in H} \varphi_i(q)\, v(q) + w(t_i) \\
&= \sum_{q \in H} (\chi_i(q) + \varphi_i(q))\, v(q) + w(t_i) \\
&= (\chi_i(p_i) + \varphi_i(p_i))\, v(p_i) + \sum_{\substack{q \in H \\ q \neq p_i}} (\chi_i(q) + \\
&\quad \varphi_i(q))\, v(q) + w(t_i);
\end{aligned}$$

de donde se obtiene:

$$(\chi_i(p_i) + \varphi_i(p_i) - 1)\, v(p_i) + \sum_{\substack{q \in H \\ q \neq p_i}} (\chi_i(q) +$$
$$\varphi_i(q))\, v(q) + w(t_i) = 0.$$

Por lo tanto, el sistema (S_1) es equivalente al sistema (S_2):

$$(S_2) \left\{ \begin{array}{l}
(\chi_1(p_1) + \varphi_1(p_1) - 1)\, v(p_1) + \ldots + (\chi_1(p_n) + \\
\quad \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
(\chi_n(p_1) + \varphi_n(p_1))\, v(p_1) + \ldots + (\chi_n(p_n) +
\end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l}
\varphi_1(p_n))\, v(p_n) + w(t_1) = 0 \\
\vdots \qquad\qquad\quad \vdots \quad \vdots \\
\varphi_n(p_n) - 1)\, v(p_n) + w(t_n) = 0.
\end{array} \right\}$$

De esta manera, el problema de determinar los valores de la función v se reduce al problema de resolver el sistema (S_2).[10] A su vez, los elementos de la matriz principal del sistema (S_2):

[10] Cfr. Desai [1977], p. 106.

$$\begin{bmatrix} (\chi_1(p_1) + \varphi_1(p_1) - 1) \ldots (\chi_1(p_i) + \varphi_1(p_i)) \ldots (\chi_1(p_n) + \varphi_1(p_n)) \ldots w(t_1) \\ \vdots \\ (\chi_i(p_i) + \varphi_i(p_1)) \ldots (\chi_i(p_i) + \varphi_i(p_i) - 1) \ldots (\chi_i(p_n) + \varphi_i(p_n)) \ldots w(t_i) \\ \vdots \\ (\chi_n(p_n) + \varphi_n(p_n)) \ldots (\chi_n(p_i) + \varphi_n(p_i)) \ldots)\chi_n(p_n) + \varphi_n(p_n) - 1) \ldots w(t_n) \end{bmatrix}$$

se determinan mediante una combinación de procedimientos "empíricos" y matemáticos (mediciones directas, sumas, promedios, estadísticas, etc.) que no presuponen la determinación del valor de ningún producto.

Por lo tanto, la cuestión '¿es v una función *TVT*-teórica?', que ha guiado nuestras consideraciones en este trabajo, debe ser respondida afirmativamente. Más aún, la relación G de homogeneidad entre productos también es *TVT*-teórica porque es indefinible y además la determinación de su extensión presupone una aplicación de la ley formulada en (M2).

6. *Hacia el núcleo de TVT*

A lo largo del proceso de trabajo teórico conducente a la resolución del problema relativo a la teoreticidad del valor fue surgiendo, de manera natural, una serie de conceptos y leyes básicos a partir de los cuales es posible desarrollar el aparato conceptual presentado hasta aquí y deducir los teoremas (T1)-(T9). Los conceptos primitivos son solamente seis (*valor de uso* (U), *proceso de trabajo* (T), *producto* (π), *duración* (δ), *homogeneidad* (G) y *valor* (v)) mientras que las leyes fundamentales son cuatro ((M1)-(M4)). (En realidad, más que una "ley" (M4) es un supuesto dudoso de la teoría). Es importante subrayar aquí, sin embargo, que esta base primitiva es incompleta. Es muy probable que el lector haya notado ya la ausencia de una ley muy importante: la así llamada "ley del valor". No es posible darle aquí a esa ley el tratamiento que se merece por lo que me limitaré a señalar que es posible deducirla como teorema si a las primitivas anteriores se agregan otras dos, a saber: *individuo humano* (*H*) y *propiedad* (*PR*). En efecto, a partir de esta nueva base se define el predicado conjuntístico '*x* es un sistema económico mercantil simple' y se deduce que la ley del valor regula el intercambio entre productores privados formalmente independientes, en el sentido de que su cumplimiento es condición necesaria y suficiente para que las ramas de la producción se mantengan en estado de equilibrio perfecto. Desgraciadamente, la demostración de esta última afirmación debo posponerla para otra ocasión.

Tampoco hemos dicho nada acerca del fetichismo de la mercancía, que algunos consideran como la parte más importante de *TVT*. En este respecto, sólo puedo por el momento adelantar una hipótesis y un programa de trabajo. Pienso que la relación que existe entre el fetichismo de la mercancía y *TVT* es análoga a la que existe entre el movimiento aparente de los cuerpos celestes y la astronomía copernicana: de la misma manera que Copérnico da cuenta del movimiento aparente con su teoría heliocéntrica, Marx da cuenta del fetichismo de la mercancía con su teoría del valor. Ahora bien, este "dar cuenta" es problemático porque ni la astronomía copernicana ni *TVT* tienen por objeto *ideologías* sino sistemas de otro orden: astronómicos en el caso de Copérnico y económicos en el caso de Marx. Al dar cuenta de la precesión de los solsticios y equinoccios, por ejemplo, Copérnico proporciona una explicación que difiere esencialmente de la que proporciona cuando "da cuenta" del movimiento aparente. En la segunda explicación hay una referencia implícita e inevitable a observadores o a sujetos portadores de una ideología determinada. Pero el concepto de sujeto no tiene ningún papel que jugar en el núcleo de la astronomía copernicana. ¿No sucederá lo mismo con la teoría económica de Marx? ¿No pertenecerá el tema del fetichismo (tanto como el del movimiento aparente), más bien, a una epistemología y/o a una teoría de la ideología? Me parece que esto sólo se puede poner en claro sacando a flote la base primitiva del discurso marxiano sobre el fetichismo y mostrando que ella contiene elementos que son ajenos al objeto de la economía política en sentido estricto (como teoría de un modo de producción), por mucho que contribuyan a la explicación de *otros* fenómenos sociales (por ejemplo ciertos efectos ideológicos).

Para concluir el presente escrito, quisiera dejar constancia de que soy consciente del carácter en alguna medida esquemático y simplificado de mi (parcial) reconstrucción. En particular, he ignorado completamente el (difícil) problema de la conversión del trabajo calificado a trabajo simple potenciado. No dudo que haya otras lagunas en mi reconstrucción y agradeceré toda crítica encaminada a rellenarlas. Por lo pronto, este trabajo habrá cumplido su cometido si contribuye a que los epistemólogos del materialismo histórico aprecien las ventajas del enfoque metateórico estructural en el análisis del legado científico de Marx.

BIBLIOGRAFÍA

W. Balzer y J. D. Sneed, "Generalized Net Structures of Empirical Theories I", *Studia Logica*, v. XXXVI, n. 3, 1976.

E. von Böhm-Bawerk, et al., *Economía burguesa y economía socialista*, Córdoba, 1974.

L. von Bortkiewicz, "Contribución a una rectificación de los fundamentos de la construcción teórica de Marx en el volumen III de *El capital*", en Böhm-Bawerk [1974].

C. W. Churchman y P. Ratoosh, *Measurement: Definitions and Theories*, New York, 1959.

M. Desai, *Lecciones de teoría económica marxista*, Madrid, 1977.
W. Diederich y H. F. Fulda, "Sneed'sche Strukturen in Marx' "Kapital" ", *Neue Hefte für Philosophie* 13, Göttingen, 1978. (C. Ulises Moulines hizo una traducción de este artículo que aparecerá en la serie *Cuadernos de Crítica*, N. 9).
B. Ellis, *Basic Concepts of Measurement*, Cambridge, 1968.
M. Harnecker, *Los conceptos elementales del materialismo histórico*, México, 1969.
——, *El capital: conceptos fundamentales*, México, 1971.
O. Lange, *Teoría de la reproducción y de la acumulación*, Barcelona, 1973.
K. Marx, *El capital*, t. I, v. 1, México, 1977. (Trad. de P. Scaron).
C. U. Moulines, "Approximate Application of Empirical Theories: A General Explication", *Erkenntnis* 10, 1976.
A. Pesenti, *Lecciones de economía política*, México, 1974.
J. D. Sneed, *The Logical Structure of Mathematical Physics*, Dordrecht, 1971.
P. Suppes, "Measurement, Empirical Meaningfulness, and Three Valued Logic", en Churchman y Ratoosh [1959].

In this article, Sneed's structural metatheory is applied to the analysis of Marx's work-value theory. As a result, we obtain a primitive base and a *partial* reconstruction of this theory.

The primitive base consists of six terms: *use-value* (U), *work process* (T), *product* (π), *duration* (of work processes) (δ), *homogeneity* (of use-values) (G) and *value* (v). U is a non-empty, finite set; T is a ternary relation included in $\mathcal{P}(U) \times \mathcal{P}(U) \times \mathcal{P}(U)$; π is a function from T to U; δ is a real-valued function with T as its domain; G is an equivalence relation included in $U \times U$; and v is a function with positive real values and with U as its domain.

The fundamental laws of the theory are the following: (1) the *Law of Decomposition of Value*, which affirms that the value of any product is equal to the sum of the values of its prime materials, plus the sum of the portions of value that the work means transfer to the product, plus the amount of work that the work force adds to the prime material; (2) the *Law of Homogeneity*, which affirms that two products of the same gender are made of homogeneous materials; and, (3) a law which affirms that the number of work processes required for the production of any use-value is finite, and at the same time affirms that no work process produces the prime materials of processes that properly precede it. It is pointed out that the so-called *Law of Value* is derivable if two more terms are added to this primitive base: (1) *human individual* (H) and (2) *property* (PR).

Nine theorems are presented. For example, it is demonstrated that the set made up of a work process together with all those that precede it constitutes a sup semilattice. It is also demonstrated that from certain instances of the *Law of Decomposition of Value* it is possible to obtain a system of linear equations, which is appropriate for simultaneously determining the values of all the genders of products.

A few difficulties are pointed out which a logical reconstruction of the work-value theory has to face, and the *WVT*-theoreticity of the G and v concepts is argued in favor of. We conclude by pointing out that the fetishim of merchandise is a theme that seems to overflow the framework of political economy in a strict sense and which seems to fall under the theory of ideologies and/or an epistemology.

[A. G. de la S.]