

Ellenburg ha desperdiciado la oportunidad de ofrecer el estudio analítico que la filosofía contemporánea debe a dicho pensamiento.

ENRIQUE VILLANUEVA

Ju. A. Schreider, *Equality, Resemblance and Order*. Moscú: Mir Publishers, 1975. Traducción de Martin Greendlinger, 279 pp.*

El presente libro, publicado originalmente en ruso en 1971, es una muy buena introducción a la teoría de las relaciones binarias. Su autor, Ju. A. Schreider, recalca la importancia de esta teoría señalando que "las relaciones binarias, que anteriormente se habían estudiado desde la perspectiva de las necesidades especiales de la lógica matemática, resultaron ser un instrumento muy simple y conveniente para una gran diversidad de problemas. El lenguaje de las relaciones binarias (y otras más generales) es muy conveniente y natural para la lingüística matemática, para la biología matemática y para muchos otros campos de la matemática aplicada. Esto es muy fácil de explicar si decimos que el aspecto geométrico de la teoría de las relaciones binarias es simplemente la teoría de las gráficas..." (p. 5).

Lo que el autor pretende es "mostrar cómo se efectúa la transición de los conceptos intuitivos familiares, tales como identidad, semejanza u orden, a conceptos matemáticos precisamente definidos acerca de los que podemos realizar razonamientos lógicamente rigurosos" (p. 6). Así, pues, a través de este libro un lector no familiarizado con el quehacer matemático puede intentar hacerse una idea de él. Schreider organiza su material de manera tal que el lector pueda seguir justamente el itinerario señalado: partir de nociones intuitivas familiares, dotadas de una vaguedad característica, y llegar a nociones precisas y al manejo de las mismas en un contexto ya claramente de argumentación matemática.

La obra se divide en los siguientes siete capítulos:

I. *Relaciones*: en el que se precisa la idea matemática de relación, se explican las funciones como un caso especial de las relaciones y se definen las operaciones sobre las relaciones.

II. *Identidad y equivalencia*: se caracteriza la noción de identidad como intersustituidad en contexto y se la precisa en términos de clases de equivalencia; el desarrollo prosigue con la caracterización estándar de relaciones de equivalencia y sus propiedades.

* Agradezco al doctor M. Bunge el haberme dado a conocer el libro aquí reseñado.

En este capítulo se demuestra el interesante teorema, cuya prueba es trivial, de que: si M es un conjunto finito y A una relación de equivalencia definida en M , entonces existen n y m tales que a cada elemento $x \in M$ se le puede asignar una secuencia finita de $n + m$ caracteres diádicos (ceros o unos):

$$x \rightarrow \langle \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \xi_{n+1}, \dots, \xi_{n+m} \rangle,$$

$$y \rightarrow \langle \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n, \eta_{n+1}, \dots, \eta_{n+m} \rangle$$

de tal manera que (1) secuencias diferentes correspondan a elementos diferentes y (2) xAy si y sólo si coinciden los primeros n caracteres de estos elementos:

$$\xi_1 = \eta_1, \xi_2 = \eta_2, \dots, \xi_n = \eta_n.$$

Lo que este teorema muestra es que cualquier equivalencia (verdadera en conjuntos finitos) puede presentarse como la coincidencia de una colección de caracteres comunes (p. 59).

La última sección del capítulo se dedica a un estudio de las relaciones de equivalencia sobre el eje real (esta sección atraerá a lectores con una madurez mayor que la que se requiere para leer la mayor parte restante del libro), que concluye con una lacónica nota: "El autor pide excusas a aquellos lectores que no sepan lo que es el conjunto Cantor" (p. 80). Acerca de esto no se da ninguna referencia, lo cual no es aceptable en un libro que pretende ser introductorio. Sin embargo, la omisión no hay que achacársela plenamente a Schreider, ya que la sección a la que aquí nos referimos fue escrita por T. D. Wentzel.

III. *Semejanza y tolerancia*: a partir de la noción intuitiva de semejanza, Schreider define una *relación de tolerancia* como aquella que es reflexiva y simétrica en un conjunto dado. El capítulo continúa con un análisis más detallado de las clases de tolerancia. La importancia de esta sección radica en que en ella se presentan teoremas que, como señala su autor, "son buenos ejemplos de teoremas de clasificación en que los objetos dados mediante axiomas abstractos se 'materializan' en la forma de construcciones visibles y concretas" (p. 96).

IV. *Orden*: se precisa y define la noción de orden; se tratan operaciones sobre relaciones de orden, se tratan ordenaciones en forma de árbol y se consideran conjuntos *finitos* dotados de más de una relación de orden. El desarrollo formal del presente capítulo será importante cuando, en el último, se consideren varios ejemplos de conjuntos de este tipo, primordiales para la lingüística matemática.

V. *Relaciones en la matemática escolar*: las relaciones que aquí presenta Schreider son, por una parte, relaciones entre objetos geométricos (paralelismo, perpendicularidad, intersección) en donde se ejemplifican los conceptos formulados en los capítulos anteriores y, por otra parte, relaciones entre ecuaciones, entre los conjuntos de sus raíces, aplicándose en este caso, también, los conceptos de tolerancia y equivalencia desarrollados anteriormente. Este capítulo presenta, pues, una ejemplificación simple, a nivel elemental, de la teoría desarrollada a lo largo de los cuatro anteriores.

Hasta este punto, en general, la presentación no exige del lector sino una mínima familiaridad con textos matemáticos y, claro está, una buena cuota de atención y esfuerzo. El siguiente capítulo requiere una madurez ligeramente mayor.

VI. *Funciones entre relaciones*: se presentan conceptos generales que permiten relacionar entre sí diversas estructuras relacionales: homomorfismos, isomorfismos, etc.

VII. *Ejemplos de lingüística matemática*: este último capítulo, según señala el mismo Schreider, fue "escrito especialmente para lingüistas y para matemáticos interesados en la lingüística matemática. El lector no especialista, interesado en los temas desarrollados en este libro, puede ver este capítulo como un ejemplo de aplicación de la teoría anteriormente expuesta" (p. 5). El autor se detiene aquí a considerar problemas relacionados con estructuras sintácticas (considerando sólo relaciones sintagmáticas) y con el concepto general de un *texto*; presenta el ejemplo de un problema formal en teoría de la traducción en donde son aplicables las funciones entre estructuras relacionales estudiadas en el capítulo anterior, etc.

Schreider añade cuatro apéndices, los tres primeros de carácter elemental: 1. *Resumen de los principales tipos de relaciones y sus propiedades*, 2. *Hechos elementales acerca de conjuntos* y 3. *¿Qué es un modelo?*

El apéndice 4. *Objetos reales y conceptos teórico-conjuntísticos*, que Schreider escribió conjuntamente con N. Ya. Vilenkin, tiene un carácter totalmente diferente. En él, sus autores se proponen realizar un análisis filosófico de la aplicabilidad de la teoría de conjuntos a un mundo real de objetos y procesos extramatemáticos. La discusión que presentan es sumamente penetrante y lúcida. La consideración de las observaciones y tesis que aquí se manifiestan rebasa los límites y pretensiones de la presente nota, por lo que he de reservarla para una ocasión posterior. Baste aquí señalar la formulación general que los autores dan del problema: "La experiencia del desarrollo de las matemáticas ha mostrado que un conjunto es un buen concepto epistemológico. Pero ¿podemos transferir este concepto a la ontología?" (p. 256).

Antes de concluir esta nota quisiera indicar algunas divergencias que presenta el texto que aquí comentamos con respecto a la terminología usual. Schreider, por ejemplo, al hablar de relaciones, se refiere a lo que serían más comúnmente denominadas estructuras relacionales, esto es, pares ordenados (M, R) donde “ R ” denota una relación definida en un conjunto M , pero en el texto la presentación es la opuesta a la que aquí presentamos, esto es (\hat{R}, M) , donde R es la relación y M es el conjunto en el que aquella se define. El uso de exponentes (o suprascriptos) no es consistente: en p. 32 “ A^n ” denota el (n -simo) *producto relativo* (denominado simplemente *producto* por Schreider en p. 30) de la relación A por ella misma; en p. 168, en nota editorial al pie de página, “ M^2 ” denota el producto cartesiano $M \times M$ y más adelante, p.e. en p. 218, se emplean los suprascriptos simplemente para distinguir conjuntos. Es justo señalar, sin embargo, que el contexto aclara, en general, la intención del autor al emplear tales exponentes.

En ocasiones, sin embargo, el empleo de cierta notación puede confundir. Schreider usa, p.e. en p. 91, la notación

$$\varphi : M \rightarrow L$$

para el caso en el que φ no es necesariamente una función sino una relación en general con dominio M y contradominio L .

Por lo que toca a la traducción de Greendlinger, que en general es satisfactoria y clara, es de notar, sin embargo, el uso poco ortodoxo que hace del prefijo “anti” para construir expresiones como “anti-reflexive” y “anti-transitive”, cuando las expresiones más simples y usuales son “irreflexive” e “intransitive”.

Es de esperar que la editorial Mir nos ofrezca pronto este libro en versión española.

J. A. ROBLES

Frederick Suppe (ed.), *The Structure of Scientific Theories*. Urbana: University of Illinois Press, 1977 (segunda edición), xiv+818 pp.

La segunda edición de esta obra —que recoge lo tratado en un simposio realizado en Urbana en 1969— se amplió considerablemente en varios aspectos. En lo fundamental, el posfacio intenta captar el intenso desarrollo experimentado por la filosofía de la ciencia desde 1969 hasta la fecha de reedición. La extensa bibliografía ha sido también puesta al día. La tesis que subyace a la nueva presentación —que la crisis de la filosofía de la ciencia ha sido parcial-