

## LA CONCEPCIÓN DE LAS TEORÍAS EMPÍRICAS DE SUPPES\*

JOSE LUIS ROLLERI  
Universidad Michoacana

### *Introducción*

En 1900, Hilbert enunció el problema de la axiomatización de las teorías de la ciencia física, como una de las cuestiones fundamentales para la matemática del siglo XX. Desde entonces, se han llevado a cabo varios intentos de axiomatización de teorías físicas particulares, tanto clásicas como modernas. Por ejemplo, cabe mencionar en el caso de la mecánica clásica los conocidos trabajos de Hamel, Hermes, Simon y Noll. A la vez, se han elaborado algunas concepciones de cómo debe realizarse la tarea de axiomatizar teorías empíricas, o factuales, en general; *i.e.*, concepciones de lo que son (o deben ser) las teorías empíricas axiomáticas. Quizá la más conocida de ellas es la que se debe al empirismo lógico, principalmente a Carnap, la cual, heredando el concepto de teoría de la metamatemática, considera desde un punto de vista formal a una teoría empírica como un sistema axiomático enunciado en un lenguaje formalizado; *i.e.*, como un conjunto de enunciados (entidades lingüísticas) —en el que se destaca el subconjunto propio de los axiomas, cerrado bajo implicación— expresados en un lenguaje formalizado (de primer orden o de orden superior).

Se puede considerar plausiblemente al programa<sup>1</sup> y al trabajo de Patrick Suppes y sus colaboradores como un serio intento de resolver este problema de la filosofía de la física for-

\* Agradezco al Dr. Carlos Ulises Moulines las valiosas observaciones que hizo a una versión anterior de este trabajo.

<sup>1</sup> Moulines y Sneed han mostrado en Moulines y Sneed (1979) que hay un programa implícito de fundamentación de la física en los trabajos de Patrick Suppes.

mulado por Hilbert. De hecho, en la obra de Suppes y otros filósofos se encuentran resultados parciales dirigidos a la solución del problema de la axiomatización de las teorías de la física.

En este escrito trato de hacer una reconstrucción de la concepción suppesiana de las teorías físicas (no estocásticas), la cual se contrapone a la del empirismo lógico, considerando, a la vez, cómo da respuesta a ciertos problemas clásicos de la filosofía de la ciencia natural, como el de la estructura de las teorías factuales y el de la relación existente entre las teorías y los experimentos. Por último, anotaré una limitación muy importante de la filosofía de Suppes: la ausencia de una explicación de la naturaleza aproximativa de las aplicaciones de las teorías físicas. Continuaré ocupándome, siguiendo el orden de lo abstracto a lo concreto, de los elementos o rasgos que según esta reconstrucción de la concepción suppesiana conforman a las teorías físicas. Estos son: la estructura axiomática de las teorías, la construcción de modelos (realizaciones) posibles y de modelos (actuales) en la aplicación (comprobación) de las teorías, el papel desempeñado por las teorías de la medición en la aplicación, así como el de los modelos de datos de la experimentación. Considerar cada uno de estos elementos, en ese orden, nos permitirá hacer un acercamiento, cada vez más próximo, a la concepción de Suppes de las teorías físicas.

### 1. *Axiomatización*

La propuesta metodológica general de Suppes para el análisis de los fundamentos axiomáticos de las teorías consiste en usar las nociones de la teoría intuitiva de conjuntos como el instrumento de "formalización": "El punto de vista por el que estoy abogando consiste en que los métodos básicos apropiados para el estudio axiomático en las ciencias empíricas no son metamatemáticos (y así sintácticos y semánticos), sino conjuntistas." (Suppes (1960), p. 244.) Como es bien sabido, esta posición de Suppes difiere de la comúnmente mantenida (a la cual Suppes se refiere, en la cita anterior, como la de los

métodos metamatemáticos) que consiste en utilizar lenguajes formalizados para la enunciación de las teorías como sistemas axiomáticos.

Más concretamente, axiomatizar una teoría en el sentido de Suppes equivale a dar una definición de un predicado conjuntista, *i.e.*, un predicado especificado en términos conjuntistas, correspondiente a la teoría en cuestión; predicados como el de sistema de la mecánica clásica de partículas y el de sistema de la mecánica del sólido rígido (*cfr.* Suppes (1954)). Suppes describe este método de axiomatización de teorías más explícitamente en cuatro pasos: primero, debe indicarse qué otras teorías se asumen; segundo, deben enlistarse las nociones primitivas, especificándose su carácter conjuntista; tercero, deben enunciarse los axiomas a ser satisfechos (en este punto de la axiomatización se pueden deducir ya las consecuencias lógicas de los axiomas); cuarto y último, se requiere dar una interpretación empírica de la teoría axiomatizada. (Esta condición no tiene que ver con la axiomatización de una teoría desde un punto de vista formal y la consideraré aparte en una sección posterior.)<sup>2</sup>

Una discusión sobre la cuestión de si este tipo de definiciones conjuntistas propuestas por Suppes son o no axiomatizaciones puede convertirse en una cuestión verbal sin importancia. Lo que sí me parece sumamente importante es que con dicho procedimiento uno logra aproximarse al tipo de rigor y precisión lógicos y claridad conceptual que es estándar en el trabajo matemático moderno y, además, posibilita formular, y eventualmente solucionar, problemas metateóricos como el de la independencia de las nociones primitivas y de los axiomas mismos. Esto puede constatarse en los trabajos realizados por miembros de la Escuela de Stanford (como llamaré a Suppes, colaboradores y discípulos) aplicando procedimientos

<sup>2</sup> Esta cuestión de la "interpretación empírica" de las teorías empíricas axiomáticas la planteó originalmente el empirismo lógico, y ocupó gran parte de su literatura. Véase por ejemplo los siguientes trabajos de Carnap: Carnap (1936) y (1956) y el de Hempel, Hempel (1952). En un trabajo no publicado, "El desarrollo de la semántica del empirismo lógico", me he ocupado de sus propuestas de interpretación empírica.

conjuntistas a las teorías físicas. Las axiomatizaciones así llevadas a cabo por ellos son impecables desde un punto de vista matemático; consiguen el mismo tipo de rigor que uno puede encontrar en los trabajos de la matemática en los que se definen nociones tales como retículo, anillo algebraico o espacio hilbertiano.

Suppes, McKinsey y Sugar ofrecieron una axiomatización conjuntista de la mecánica clásica de partículas (McKinsey, Sugar y Suppes (1953) ); Adams axiomatizó conjuntistamente la mecánica clásica del sólido rígido (Adams (1955) ); Suppes y Rubin ofrecieron un conjunto de axiomas para la mecánica relativista de partículas aplicando la axiomatización conjuntista (Rubin y Suppes (1954) ). En estos trabajos se han obtenido, por primera vez, resultados metateóricos importantes. Por ejemplo, en el primer artículo mencionado, los autores demostraron que, dentro de su axiomatización, los conceptos físicos de posición, masa y fuerza son independientes; además, demostraron la dependencia de la primera ley de Newton con respecto de la segunda, al derivarla de un conjunto de axiomas en el que la única ley física es precisamente la segunda ley de Newton.<sup>3</sup> Otros trabajos importantes debidos a esta escuela, en los que se encuentran resultados metateóricos, son los realizados por Suppes y McKinsey (McKinsey y Suppes (1953) ), Suppes (Suppes (1959) ) y Adams (Adams (1959) ).

Para Suppes hay dos maneras distintas de caracterizar una teoría. Una, la extrínseca, consiste en explicitar la clase de los modelos estándar de la teoría; esto puede hacerse distinguiendo uno de los modelos y caracterizando después la clase entera de los modelos propuestos en relación a ese modelo particular. La otra, la intrínseca, consiste en enunciar los axiomas de la teoría, los cuales especifican las propiedades intrínsecas que deben tener los modelos de la teoría (véase Suppes (1967) ). Una axiomatización conjuntista es, ciertamente, una caracterización intrínseca de la teoría correspondiente, que captura la clase de los modelos propuestos de ella.

<sup>3</sup> Esta derivación, por supuesto, se conoce desde hace mucho tiempo, pero dichos autores la presentaron por primera vez con rigor matemático dentro de un sistema axiomático.

Es posible precisar, de manera formal y general, la noción de axiomatización conjuntista como sigue. Una estructura relacional es una  $n$ -ada ordenada  $\langle X_1, \dots, X_m, R_1, \dots, R_k \rangle$ , con  $m + k = n$ , tal que para cada  $i = 1, \dots, m$ ,  $X_i$  es un conjunto "simple" y para cada  $j = 1, \dots, k$ ,  $R_j$  es una relación definida en alguna  $X_i$  o en algún producto cartesiano de los conjuntos  $X$ . Sea  $T$  la teoría a axiomatizar y sea  $P$  el predicado a definir. Entonces, en una axiomatización conjuntista de  $T$  se especifica, a través de un primer axioma, el tipo de entidad conjuntista que satisfará a  $P$ , especificándose cierto tipo de estructura relacional. Además, otros axiomas deben establecer la naturaleza conjuntista de los componentes de la estructura relacional en cuestión, los cuales corresponden a las nociones primitivas de  $T$ . O, en otras palabras, una vez escogidos los conceptos primitivos de  $T$ , se caracterizan como cierto tipo de entidad conjuntista (por ejemplo, conjunto, relación, función, etc.) y con ellos se forma la estructura relacional que corresponda. Después, desde luego, se agregan aquellas leyes de la teoría que fungirán como axiomas propios en la axiomatización.

Por supuesto, de acuerdo con Suppes la mejor manera de exhibir la estructura interna de una teoría, o de ofrecer los fundamentos axiomáticos de una teoría, es realizando una axiomatización conjuntista de ella.<sup>4</sup> Hay varias razones, de diversa índole, a favor de ello. Primero, las axiomatizaciones conjuntistas de teorías físicas "reales" son practicables, a diferencia de las formalizaciones estándar propuestas por Carnap.<sup>5</sup> Hasta el momento no se ha logrado ninguna formalización estándar satisfactoria de una teoría física real.<sup>6</sup> Los ejemplos ofrecidos por algunos autores, o bien tratan de teorías supersimplificadas irrealistamente (véase Braithwaite

<sup>4</sup> Para una exposición detallada de este tipo de axiomatización véase Suppes (1957), cap. 12.

<sup>5</sup> Suppes llama "formalización estándar" de una teoría a una formulación axiomática de ella dentro de un lenguaje formalizado de primer orden. Aquí llamaré, indistintamente, a una axiomatización dentro de un lenguaje formalizado (de cualquier orden) "axiomatización clásica" o "axiomatización formal".

<sup>6</sup> Una posible excepción, según Stegmüller, se encuentra en Montague (1974).

(1953)), o bien no usan exclusivamente la lógica de primer orden con identidad como lenguaje formalizado para la enunciación de los axiomas (véase Bunge (1967)). El lenguaje requerido en estas últimas axiomatizaciones rebasa con mucho el de la lógica elemental. Es más, en ellas se hace un uso esencial de nociones de la teoría de conjuntos. Esta dificultad podría salvarse aceptando usar para las axiomatizaciones clásicas una lógica de segundo orden e incluso de orden superior, que permitiera la enunciación, en un lenguaje formalizado, de axiomas que involucraran cuantificaciones sobre conjuntos de conjuntos (por ejemplo, conjuntos potencia o familias de funciones).

Sin embargo, hay otras dificultades más graves. Como Suppes lo ha señalado (Suppes (1954)), para obtener una axiomatización clásica de alguna teoría física real, como la mecánica clásica, se requiere, por la propia metodología formalista, definir recursivamente la noción de "enunciado de la mecánica clásica", para un lenguaje formalizado bien definido. Esto involucra tener formalizados previamente en dicho lenguaje los enunciados de todas las teorías, tanto físicas como matemáticas, supuestas por la teoría en cuestión. En el caso de la mecánica clásica, los enunciados del cálculo diferencial e integral, de la teoría de las matrices, de la teoría de las ecuaciones diferenciales parciales y ordinarias y los de buena parte de la teoría de las funciones de valor real. El punto es que solamente así se podrían enunciar aquellas leyes físicas que aparecieran en la axiomatización, en las cuales ocurrirían esencialmente expresiones matemáticas pertenecientes a esas teorías. Ahora bien, la dificultad radica en que esas teorías matemáticas no han sido todavía axiomatizadas formalmente; así la situación es, como la describen Moulines y Sneed: hacer nosotros mismos esta empresa de axiomatizar formalmente las teorías matemáticas o esperar. Tal vez, alguien podría intentar responder a esta objeción arguyendo que la dificultad es en todo caso práctica y que en principio la tarea en cuestión es realizable; es un asunto solamente de tiempo y esfuerzo.

No obstante, las cosas no son tan simples y parece haber una objeción mayor, debida a Moulines y Sneed, que no

puede responderse de esa manera, aludiendo a cuestiones "realizables en principio". Si consideramos, como debemos hacerlo, que las teorías físicas no son estructuras aisladas, sino que más bien están conectadas con otras teorías físicas y matemáticas y que, en particular, presuponen a otras teorías, en el sentido de que sus conceptos y leyes sólo cobran significado en el contexto de conceptos y leyes previamente dados pertenecientes a otras teorías, entonces:

...para axiomatizar cualquier teoría física, digamos una teoría de la termodinámica, como un sistema axiomático formal, el racimo entero de teorías presupuestas (e.g., teorías mecánicas, de geometría física, de análisis, álgebra, etc.) deben estar ya a la mano como sistemas axiomáticos formales.

Esta cuestión es más problemática de lo que parece. No es sólo una cuestión de trabajo fastidioso a hacer. Está involucrado también un profundo problema metodológico. Ya hemos hecho notar que las relaciones entre diferentes teorías físicas son mucho más complicadas que en el caso de las teorías matemáticas. En muchos casos no es del todo claro qué teorías están presupuestas por otras. Tales relaciones sólo pueden ser clarificadas *después* de que las diferentes teorías han sido identificadas como estructuras singulares. Pero la metodología formalista estricta requiere que primero se conozcan las relaciones y después que se construya paso a paso la fila entera de teorías singulares como sistemas formales. Hay aquí una especie de círculo vicioso (no lógico); un círculo que paralizó el enfoque lingüístico formal en el caso de las teorías físicas complejas. (Moulines y Sneed (1979), pp. 10-11.)

Finalmente, hay otro punto en el que difieren las axiomatizaciones formales y conjuntistas. Es una cuestión bien conocida la de que en las axiomatizaciones clásicas o formales los conceptos primitivos se definen solamente "implícitamente" a través de los axiomas. Por supuesto, en las axiomatizaciones conjuntistas los conceptos primitivos son indefi-

nidos. Pero en ellas se define explícitamente la extensión del predicado conjuntista correspondiente. Esto significa que se define el concepto de “modelo de  $T$ ”, donde  $T$  es la teoría axiomática en cuestión. Esto puede verse claramente definiendo un par de conceptos lógicos, que nos serán muy útiles en la discusión posterior. Llamaremos “axiomas de estructura” a los axiomas que establecen tanto el tipo de estructura relacional como la naturaleza conjuntista de sus componentes en una axiomatización conjuntista dada. Entonces, las entidades que satisfacen los axiomas de estructura de  $T$  son las *realizaciones* (modelos) *posibles* de  $T$ , en el sentido estricto de la lógica. Claramente ahora podemos definir de manera natural y directa la noción de modelo en el sentido de Tarski para este tipo de axiomatizaciones. Un *modelo* de  $T$  es una realización posible de  $T$  que además satisface los axiomas propios de la axiomatización de  $T$ . Debe resultar igualmente claro que la extensión del predicado  $P$  asociado a  $T$  es la clase de los modelos de  $T$ ; luego, al definir  $P$  se define extensional y explícitamente el concepto de modelo de  $T$ . Esto suele decirse menos directamente diciendo que la clase de las entidades que satisfacen a  $P$  correspondiente a  $T$  constituyen los modelos de  $T$ . Esta manera natural y directa de definir el concepto tarskiano de modelo no puede hacerse en la axiomatización clásica.

## 2. Modelos

Ahora me ocuparé de un segundo rasgo de las teorías físicas en la concepción suppesiana, a saber: los modelos de las teorías. Esto nos permitirá hacer un segundo acercamiento a la concepción de Suppes de las teorías de la ciencia física.

Desafortunadamente, Suppes no ha sido muy explícito ni sistemático al referirse a las relaciones entre los modelos de las teorías científicas y otros componentes de ellas, como son las teorías de la medición. Por otro lado, Moulines y Sneed, en su ensayo sobre la filosofía de la física de Suppes, no dan la suficiente atención exigida por la importancia que tiene el uso de los modelos en las ciencias empíricas en la concepción



suppesiana, cuando consideran su propuesta semántica. Creo que la cuestión del uso de los modelos en las ciencias físicas es conceptualmente anterior y de un nivel más alto de abstracción que el uso de las teorías de la medición en la propuesta de semántica "física" de Suppes. Al ocuparme de ello con algún detalle, espero contribuir a completar el mapa conceptual trazado por Moulines y Sneed de la concepción de la semántica de las teorías físicas de Suppes.

Quizá la manera más apropiada de formular este problema es como Stegmüller lo ha hecho (véase Stegmüller (1979), caps. 1 y 2), por lo que lo seguiré. Como Stegmüller ha observado, el programa, y los trabajos, de fundamentación axiomática de las teorías físicas de la Escuela de Stanford comparado con los programas de fundamentación de la matemática, no es la contrapartida del programa formalista de Hilbert,<sup>7</sup> sino más bien parece serlo del programa de Bourbaki. Ello se debe a que Suppes usa el mismo instrumental matemático para la reconstrucción axiomática de las teorías, a saber, la teoría intuitiva o semiaxiomática de conjuntos. Pero, como las axiomatizaciones conjuntistas solamente consideran el aspecto matemático de las teorías físicas, no está realmente justificado hablar del programa suppesiano como un programa análogo al de Bourbaki para las teorías de la física. Las estructuras exhibidas por las axiomatizaciones conjuntistas correspondientes a las teorías físicas no son "en principio, de naturaleza diferente a las estructuras matemáticas en el sentido usual, como, por ejemplo, las estructuras del álgebra o de la topología". (Stegmüller (1979), p. 17.) Así, debería hablarse más bien de que el programa de Suppes se integra al de Bourbaki al incorporar ciertas estructuras abstractas a los trabajos de Bourbaki.

Desde luego, naturalmente, la cuestión que se está discutiendo es: ¿Qué es lo que distingue una teoría de la física matemática de una teoría matemática? Diversos filósofos de la ciencia, suponiendo a las teorías como sistemas abstractos,

<sup>7</sup> Desde luego, mucho menos lo es del programa logicista. El análogo de este programa en fundamentos de la matemática es, por supuesto, el programa de fundamentación de las ciencias empíricas del empirismo lógico.

han contestado que la diferencia radica en la interpretación física, *i.e.*, interpretaciones que dotan de “significado físico”, que deben hacerse de los sistemas que corresponden a las teorías de la física. La forma que tal interpretación debe adoptar ha variado enormemente en las propuestas de dichos filósofos, desde las definiciones operacionalistas de Bridgman, las reglas de correspondencia empiristas de Carnap, a los postulados semánticos realistas de Bunge.

Stegmüller sugiere que el programa de fundamentación de Suppes debe ser completado con una semántica informal o una teoría informal de modelos. Al parecer, a través de dicha teoría podrían interpretarse empíricamente las teorías físicas al ser conectadas con el “exterior no teórico” al que se refieren, o en términos que prefiero, podríamos conectarlas con los sistemas físicos a los que se aplican, *i.e.*, con los conjuntos de objetos, propiedades y relaciones físicos sobre los que hablan. La respuesta de Suppes a este problema es parcialmente la misma. En efecto, de acuerdo con Suppes, para avanzar en el cuarto paso de la axiomatización de las teorías físicas (ofrecer una interpretación empírica) es necesario, aunque no suficiente, construir los modelos propuestos de la teoría, es decir, interpretar estructuras abstractas definidas conjuntamente delimitando la clase de los modelos propuestos. Que esto no es suficiente significa que con ello no se da cuenta de manera completa de la aplicación de las teorías físicas, puesto que no logra conectarlas con los sistemas físicos a los que se aplican. Como veremos adelante, para ello se requiere además de las teorías de la medición.

Antes de seguir adelante sobre este punto, me detendré en un par de cuestiones. La diferencia entre las teorías físicas y matemáticas no radica en alguna diferencia esencial entre sus respectivos modelos. La razón es doble: primero, las axiomatizaciones conjuntistas de las teorías físicas admiten dentro de sus modelos no propuestos modelos matemáticos, es decir, modelos cuyos dominios son reconocidos objetos matemáticos; segundo, los modelos, como podremos ver adelante, de las teorías físicas son igualmente entidades conjuntistas, estructuras relacionales que son especificaciones de las estructu-

ras abstractas definidas por el predicado conjuntista  $P$  asociado a  $T$ , y no sistemas físicos como podría pensarse, e incluso algunos autores han sostenido. El hecho de que los modelos sean menos abstractos y generales que las estructuras correspondientes a las teorías, no los hace "físicos"; es sólo una cuestión de grado. Esto significa que para dotar de significado físico a una teoría física axiomática no es suficiente construir sus modelos propuestos, o mejor, delimitar la clase de los modelos no matemáticos, sino que se requiere relacionarlos, por algún medio, a los sistemas físicos a los que se aplican.

Por otro lado, como Suppes ha argüido, las cuestiones que se preguntan los científicos empíricos sobre los modelos son muy distintas a las que suelen investigar los matemáticos. Esto no debe perjudicarnos contra el uso de la teoría de modelos en ciencia física; eso sería como rechazar las axiomatizaciones de las teorías físicas sólo porque no se investiga si las teorías físicas axiomáticas son completas o decidibles. La diferencia, pues, está en el uso de los modelos, y hay un uso fundamental de los modelos en la ciencia física, que no tiene su análogo en las matemáticas, que consiste en usarlos como medios para conceptualizar la realidad física, como aproximaciones conceptuales o idealizaciones de ella.

Regresemos ahora a la cuestión de la interpretación modeloteórica de las teorías de la física matemática. Es una tesis mantenida explícitamente por Suppes que el mismo concepto de modelo es aplicable tanto a teorías matemáticas como a teorías físicas, o más bien, que el concepto lógico tarskiano de modelo que es aplicable a las teorías de la matemática es igualmente aplicable a las teorías de la ciencia física e, incluso, a las teorías empíricas en general. Así, nos dice:

Pretendo que el concepto de modelo en el sentido de Tarski puede ser usado sin distorsión como un concepto fundamental en todas las disciplinas a las que se refieren las citas anteriores (física, ciencias sociales y estadística matemática). En este sentido podría afirmarse que el significado del concepto de modelo es el mismo en matemáticas y en las ciencias empíricas. La diferencia que se encuentra en estas

disciplinas es en el uso del concepto. Cuando hablo del significado del concepto de modelo siempre estaré hablando en contexto técnicos bien definidos, y lo que aseveraré es que dado este significado técnico del concepto de modelo, los matemáticos preguntan cierto tipo de cuestiones acerca de los modelos y los científicos empíricos preguntan otro tipo de cuestiones. (Suppes (1960), p. 12.)<sup>8</sup>

Utilizaré un ejemplo concreto de axiomatización conjuntista para ilustrar algunos puntos en relación con la cuestión de la interpretación modelo-teórica de las teorías físicas; aquella, que llamaré MSS, de la mecánica clásica de partículas (MCP en adelante), debida a McKinsey, Sugar y Suppes. (Véase McKinsey, Sugar y Suppes (1953).)<sup>9</sup> Como sugerí anteriormente, la axiomatización MSS se ocupa solamente de la parte matemática de la MCP; aunque desde el punto de vista del rigor matemático es intachable, nos dice poco acerca de cómo se aplica dicha teoría a sistemas físicos. Los autores de MSS se limitan tan sólo a indicar cuál es el significado físico propuesto de las primitivas de MSS; eso es todo lo que encontramos

<sup>8</sup> El concepto tarskiano al que se refiere Suppes en esta cita es, por supuesto, el clásico: "Una realización posible en la que todos los enunciados válidos de una teoría  $T$  son satisfechos se llama un *modelo* de  $T$ ." (Tarski (1953), p. 11).

<sup>9</sup> Las nociones primitivas de MSS son,  $P, T, s, m$  y  $f$ . La definición en cuestión es: Un sistema  $S = \langle P, T, m, s, f \rangle$  es un *sistema  $n$ -dimensional de la mecánica de partículas* si satisface los axiomas P1-P6 que siguen:

- Axioma P1  $P$  es un conjunto no vacío, finito.  
 Axioma P2  $T$  es un intervalo de números reales.  
 Axioma P3 Si  $p$  está en  $P$  y  $t$  está en  $T$  entonces  $s(p, t)$  es un vector  $n$ -dimensional tal que  $d^2/dt^2 s(p, t)$  existe.  
 Axioma P4 Si  $p$  está en  $P$  entonces  $m(p)$  es un número real positivo.  
 Axioma P5 Si  $p$  está en  $P$  y  $t$  está en  $T$  entonces  $f(p, t, 1), f(p, t, 2), \dots, f(p, t, i), \dots$  son vectores  $n$ -dimensionales tales que la serie
- $$\sum_{i=1}^{\infty} f(p, t, i)$$
- Axioma P6 Si  $p$  está en  $P$  y  $t$  está en  $T$  entonces

$$m(p) \frac{d^2}{dt^2} s(p, t) = \sum_{i=1}^{\infty} f(p, t, i).$$

Los axiomas P1-P3 son cinemáticos mientras que P4-P6 son dinámicos.

en MSS sobre la interpretación física de la MCP. Así, los autores señalan que:

La interpretación física propuesta para  $P$  es el conjunto de las partículas (. . .)  $T$  será interpretada físicamente como un conjunto de números reales que miden tiempos transcurridos, (. . .) Si  $p$  es un miembro de  $P$  (es decir, en la interpretación física, si  $p$  es una partícula), entonces  $m(p)$  es interpretado físicamente como el valor numérico de la masa de  $p$ . (. . .) Si  $p$  está en  $P$  y  $t$  está en  $T$ , entonces  $s(p, t)$  es un vector  $n$ -dimensional. Para  $n = 3$ ,  $s(p, t)$  será interpretado físicamente como un vector que da la posición de  $p$  en el instante  $t$ . (. . .) Así, si  $p$  es cualquier miembro de  $P$ , si  $t$  es cualquier miembro de  $T$  y si  $i$  es cualquier miembro del conjunto  $Z^+$  de los enteros positivos, entonces  $f(p, t, i)$  es un vector que da las componentes (paralelas a los ejes del sistema de coordenadas) de la  $i$ -ésima fuerza actuante sobre  $p$  en el tiempo  $t$ . (*Ibid*, pp. 5-7.)

Con ello los autores de MSS pretenden acotar las interpretaciones físicamente admisibles de su axiomatización, excluyendo cualquier otra interpretación posible, entre ellas, las matemáticas. En este sentido, subrayan que: "Hacemos a lo largo del presente, la asunción, usual en la matemática moderna, de que las funciones primitivas no están definidas en ningún conjunto mayor que los mencionados en los axiomas." (*Ibid*, p. 7.) Con esta especificación del significado de las primitivas de MSS y dada la tesis de Suppes sobre los modelos en las ciencias empíricas, es plausible pensar que los autores de MSS pretenden delimitar el conjunto de los modelos propuestos de la MCP, en el sentido de que se eliminan los modelos que no están dentro del dominio de aplicación propuesto de ella.

Así, pues, nuestros autores restringen los modelos definidos por el predicado conjuntista de la MSS, a aquella subclase de modelos que son físicamente interpretados con el significado propuesto. Con ello, al parecer, pretenden determinar las aplicaciones propuestas de la MCP. Sin embargo, hay un par de cuestiones, una menor y otra de mayor peso, sobre es-

to. Primero, el conjunto que usualmente pretende delimitarse es un conjunto de conjuntos; los miembros de él son clases de aplicaciones de cierto tipo, por ejemplo, en el caso de la MCP, caídas libres de cuerpos, movimientos del subsistema Tierra-Luna y tiros parabólicos. (Nótese, no obstante, que para conseguir tal delimitación es preciso añadir algunas leyes especiales, como la ley de la gravitación universal.) Segundo, el dominio de las aplicaciones propuestas de la MCP es distinto al conjunto de los modelos propuestos, en el sentido anterior. Esto se debe a una doble razón. Por un lado, en aquél están las aplicaciones que, aunque fueron propuestas por la comunidad científica en un momento histórico del desarrollo de la MCP, no son efectivamente aplicaciones de la MCP, por dejar de cumplir alguna de sus leyes; por otro lado, en éste están los modelos que desconoce la comunidad científica en un momento dado del desarrollo histórico de la MCP, i.e., los que aún no ha descubierto como aplicaciones de ella. Esto último nos sugiere que es mejor concebir al dominio de las aplicaciones propuestas de la MCP como el conjunto de los modelos *posibles* de MSS interpretados con el significado físico propuesto por sus autores. Si esto es correcto, con la especificación del significado físico de las primitivas de MSS, nuestros autores sólo eliminan las interpretaciones *no estándar*, de modo análogo al de los matemáticos, cuando formulan axiomáticamente una teoría. Además, ello concuerda con la explicación que da Suppes de la relación que hay entre los modelos, en sentido lógico, de las teorías físicas, y los modelos físicos, en el sentido del físico teórico.

En efecto, Suppes nos dice, en otro lugar, cómo construir una realización posible a partir de lo que los físicos suelen llamar un modelo físico. (La descripción que sigue puede considerarse como la de un procedimiento para obtener realizaciones posibles de la MSS.) Refiriéndose a la teoría orbital del átomo, Suppes dice:

Es cierto que muchos físicos desean pensar a un modelo de la teoría orbital del átomo como siendo algo más que cierta clase de entidad conjuntista. Ellos lo consideran como una

cosa física muy concreta, construída bajo la analogía con el sistema solar. Pienso que es importante anotar que no hay una incompatibilidad real entre estos dos puntos de vista. Definir formalmente un modelo como una entidad conjuntista que es cierta clase de tuplo ordenado que consiste de un conjunto de objetos y relaciones y operaciones de esos objetos, no es descartar el modelo físico del tipo al que apelan los físicos, porque un modelo físico puede simplemente tomarse para definir el conjunto de objetos en el modelo conjuntista. (...) Es suficientemente simple ver cómo un modelo físico real, en el sentido del físico, de la mecánica clásica de partículas está relacionado a este sentido conjuntista de modelo. Simplemente tomamos en el caso del sistema solar al conjunto de las partículas como el conjunto de los cuerpos planetarios. (Suppes (1960), p. 13.)

Desde un punto de vista formal, la construcción de una realización posible físicamente interpretada, para el caso de MSS, consiste en tomar como dominio de la estructura abstracta asociada a la MCP, un conjunto admisible dentro de las interpretaciones propuestas, i.e., un conjunto de partículas, y definir unas funciones concretas  $s'$ ,  $m'$  y  $f'$  restringidas al dominio especificado. Con ello se obtienen estructuras concretas  $\langle P', T', s', m', f' \rangle$ , que resultan ser todas especificaciones de la misma estructura general y abstracta. Nótese que éste es un procedimiento puramente formal; por medio de él no puede obtenerse un modelo (actual) de la MCP, puesto que, por ejemplo, no se consigne ningún valor, ya sea medido o calculado, de las funciones  $m'$ ,  $s'$  y  $f'$ .

¿Es suficiente el procedimiento anteriormente descrito para dar cuenta de la aplicación de las teorías físicas? Ciertamente no. En opinión de varios autores (y mía), entre ellos el propio Suppes, se requiere de algo más que de una simple función interpretativa para explicar cómo se aplican las teorías físicas. La razón aludida por lo general, aunque no en el caso de Suppes, es que con ello no se logra comprender propiamente los conceptos físicos involucrados. (Véase Moulines y Sneed (1979), p. 21.) Este problema acerca de la "com-

preensión física” parece apuntar a cuestiones de semántica intensional, cuestiones que rebasan el alcance de los medios extensionales de la teoría de conjuntos y la lógica clásica. Así, por ejemplo, C. Trusdell preguntaba, al presentar a MSS como editor del *Journal of Rational Mechanics and Analysis*: ¿cuál es el significado del concepto de fuerza?

Suppes no cree que lo que falta para completar la “semántica física” sea algún tipo de análisis intensional de los conceptos de la física teórica, sino más bien algún procedimiento que conecte los conceptos teóricos de la física teórica con el lenguaje del físico experimental sobre las operaciones y observaciones realizables en el laboratorio. Dicho procedimiento lo constituyen, de acuerdo con Suppes, las teorías de la medición, tanto fundamental como derivada, de los conceptos físicos involucrados. De esta propuesta suppesiana me ocuparé en el párrafo siguiente.

### 3. Teorías de la medición

Hemos visto que el procedimiento de la construcción de las realizaciones posibles de una teoría no es suficiente para explicar la manera en que la teoría se relaciona con los experimentos o, si se prefiere, de la aplicación empírica de las teorías. El punto es que tales estructuras concretas no “hacen tierra” con las operaciones y observaciones de laboratorio. En la propuesta semántica de Suppes es, precisamente, a través de las teorías de la medición fundamental como, en última instancia, algunos conceptos de una teoría física axiomática dada cobran significado factual al relacionarse directamente con experimentos realizables en la experiencia científica. Tales conceptos son aquellos para los que existe, dentro de algún tipo de aplicación determinado, algún procedimiento no derivado de medición, aquellos que se refieren a las magnitudes que, en la física clásica, los físicos han llamado dimensiones, como por ejemplo, la masa, la longitud y el tiempo. Para algunos conceptos físicos, su medición será derivada, involucrándose tanto valores numéricos de magnitudes previamente medidas, cálculos matemáticos, como definiciones y leyes científicas.



ficas. En la concepción suppesiana, para una teoría física axiomática dada, habría una cadena de teorías de la medición, fundamental y derivada, que fungiría como puente semántico entre los conceptos teóricos de la ciencia física y la experiencia experimental. Un poco más exactamente, para una teoría física axiomática dada se necesita ofrecer teorías de la medición, no para la teoría misma, ni para la clase entera de las aplicaciones, sino para tipos específicos de aplicaciones, o dicho de otra manera, correspondiendo a un elemento de la clase de las clases de las realizaciones posibles deben darse teorías de la medición para los conceptos en cuestión. Teorías de la medición que correspondan a los procedimientos efectivamente usados en las aplicaciones pertenecientes a una clase particular. Esto es necesario porque, por ejemplo, la medición (o el procedimiento) de una magnitud como la masa o la longitud diferirá de cierto tipo de aplicación de la mecánica clásica a otro, como, por ejemplo, diferirá entre el subsistema de Jupiter y sus satélites y un tiro de bala.

Moulines y Sneed han calificado a esta propuesta semántica de Suppes como un tipo de operacionalismo sofisticado, equiparándola a propuestas como las de Bridgman y Carnap. Suppes ha sostenido, en efecto, ciertas tesis análogas a las operacionalistas clásicas que pretenden definir los conceptos cuantitativos de la física teórica en términos de conceptos que refieren directamente a operaciones de laboratorio u observaciones cualitativas. En Suppes, el operacionalismo adopta la forma de relacionar enunciados cuantitativos extraídos de mediciones fundamentales con enunciados cuyos conceptos son conceptos de clase o comparativos. En este sentido, Suppes es explícito en la siguiente cita:

La tarea primaria de la teoría de la medición parece ser la de tener un puente en la brecha que hay entre las observaciones cualitativas (“esta vara es más larga que aquella”, “este plato de la balanza está más alto que aquel”) y las aseveraciones cuantitativas demandadas en las teorías científicas desarrolladas (“la longitud de esta vara es de 5.6 cms.”, “la masa de esta bola de acero es de 7.2 grs.”). En

otras palabras, la teoría de la medición debe mostrar cómo podemos pasar legítimamente de la burda región de las cualidades de las rápidas observaciones del sentido común al reino preciso y métrico de la ciencia sistemática. (Suppes (1954), p. 246.)

Antes de pasar a considerar el enfoque formal de Suppes a las teorías de la medición, quiero anotar algunas dificultades serias que se encuentran en una posición operacionista como, al parecer, la mantenida por Suppes. Tal posición conlleva la injustificada creencia epistemológica de que el conocimiento cualitativo es más confiable que el cuantitativo. No obstante, sin duda, el conocimiento alcanzable por medio de un aparato conceptual cuantitativo es más preciso, sistemático y controlable que el que se puede lograr con un aparato cualitativo. Quizás esta creencia se deba a una creencia más bien ontológica, igualmente insostenible, según la cual el mundo (o la realidad, si se prefiere) es un sí mismo cualitativo; de ahí, el conocimiento cualitativo es más "real" que el cuantitativo. Hay aquí una confusión conceptual que consiste en atribuir una naturaleza cuantitativa o cualitativa tanto al mundo como a nuestros aparatos conceptuales. Sin embargo, el mundo no es en sí mismo ni cualitativo ni cuantitativo, sino más bien son nuestros aparatos conceptuales, por medio de los cuales interpretamos al mundo, los cualitativos o cuantitativos. De nuevo, la cuestión es decidir entre una conceptualización cualitativa o una cuantitativa del mundo.

Suppes ha contribuido como pocos a desarrollar formalmente las teorías de la medición. (Véase Luce (1979).) Su propuesta metodológica general sobre la aplicación de la teoría de conjuntos para la formulación axiomática de las teorías empíricas, demuestra en las teorías de la medición su efectividad. (Cfr. Suppes *et al* (1971).)

En su texto programático de 1954, Suppes apuntaba ya el desarrollo formal de distintas teorías de la medición como una de las tareas fundamentales de los filósofos reconstructivistas de la ciencia, con el objeto de "dar una interpretación empírica de las teorías axiomáticas"; así, "Cuando una teoría

como la mecánica clásica de partículas es dada en forma axiomática, el problema se reduce a ofrecer una interpretación empírica de las nociones primitivas o de ciertas nociones definidas de la teoría." (*Ibid*, p. 245.) Pero como en las ramas avanzadas de la ciencia, en particular de la física, comúnmente estamos interesados en la interpretación de nociones *cuantitativas*, "pronto nos encontramos requiriendo una teoría sistemática de la medición". (*Ibid*, p. 246.) De tal manera, la forma correcta de afrontar el problema de la interpretación de las teorías físicas, dado su carácter cuantitativo, es a través de teorías de la medición empíricamente realistas de algunas nociones de la teoría. Desde luego, la manera más adecuada, para Suppes, de construir formalmente tales teorías de la medición consiste en axiomatizarlas conjuntamente. Lo que se pretende con las axiomatizaciones es ofrecer un tipo de álgebra, una estructura algebraica, que corresponda a relaciones y operaciones empíricamente realizables. Con tales teorías de la medición axiomáticas se puede plantear y resolver el problema de cómo se legitima el paso de la región de lo cualitativo observable al "reino preciso y métrico de la ciencia sistemática". Por medio de una cadena de teorías axiomáticas, tanto de medición fundamental como derivada, se obtendría una interpretación de una teoría física que conecte los conceptos teóricos de ella, en último término, con la experiencia experimental. Suppes igualmente demanda que las axiomatizaciones de la teoría de la medición sean empíricamente realistas, en el sentido de que las idealizaciones que se efectúen las mantengan lo más cercamente posible a lo que experimentalmente acontece, puesto que "su entera *raison d'être* (de las teorías de la medición) es ofrecer un análisis metodológico preciso de las prácticas empíricas de la medición." (*Ibid*, p. 247.)

Una vez axiomatizada una teoría de la medición, la tarea formal a hacer consiste en "demostrar que los axiomas dados para las nociones primitivas en verdad garantizan que la medición en el sentido apropiado está efectuándose si los axiomas son satisfechos". (*Ibid*, p. 246.) Tal vez la dificultad mayor en dar una teoría adecuada de la medición de una magnitud

es encontrar relaciones que tengan una interpretación numérica razonable y que, a la vez, tengan una interpretación empírica técnicamente práctica. (Cfr. Scott y Suppes (1958).) La resolución de la primera cuestión es una empresa formal.

Es posible ser más precisos en lo que he dicho, pero se requieren unas nociones conjuntistas.<sup>10</sup> Sea  $X = \langle A, R_1, \dots, R_n \rangle$  una estructura relacional (finita) tal que  $A$  es un conjunto no vacío y cada  $R_i$ , con  $i = 1, \dots, n$ , es una relación definida en productos cartesianos de  $A$  consigo mismo. Si  $s = (m_1, \dots, m_n)$  es una secuencia  $n$ -indizada de enteros positivos, entonces una estructura relacional  $X$  es de tipo  $s$  si para cada  $i = 1, \dots, n$ , la relación  $R_i$  es una relación  $m_i$ -aria. Dos estructuras relacionales son similares si existe una secuencia  $s$  de enteros positivos tal que ambas son de tipo  $s$ . Si dos estructuras relacionales  $X = \langle A, R_1, \dots, R_n \rangle$  e  $Y = \langle A', R'_1, \dots, R'_n \rangle$  son similares, entonces  $Y$  es una imagen homomórfica de  $X$  si existe una función  $f$  de  $A$  sobre  $A'$  tal que para cada  $i = 1, \dots, n$  y cada secuencia  $(a_1, \dots, a_{m_i})$  de elementos de  $A$ ,  $R_i(a_1, \dots, a_{m_i})$  si y sólo si  $R'_i(f(a_1), \dots, f(a_{m_i}))$ . Intuitivamente, que un homomorfismo exista entre dos estructuras significa que las relaciones son "trasladables" de una estructura a otra, en un sólo sentido. Si la función  $f$  es uno a uno, entonces las relaciones de las estructuras  $X$  e  $Y$  son "trasladables" en ambos sentidos, y se dice que las estructuras son isomórficas.  $X$  es una subestructura de  $Y$  si  $A \subseteq A'$  y, para cada  $i = 1, \dots, n$ , la relación  $R_i$  es la restricción de la relación  $R'_i$  a  $A$ .  $X$  es incrustable en  $Y$  si alguna subestructura de  $Y$  es una imagen homomórfica de  $X$ . Una estructura relacional numérica es una estructura relacional cuyo dominio es  $\mathbb{R}$ , el conjunto de los números reales. Una asignación numérica de una estructura relacional  $X$  con respecto a una estructura relacional numérica  $\mathbb{R}$  es una función que incrusta  $A$  en  $\mathbb{R}$ .

<sup>10</sup> Los conceptos que siguen los he tomado de Scott y Suppes (1958), aunque he hecho unos cambios terminológicos. En lugar de "sistema relacional" he escrito "estructura relacional". Esta última expresión es la comúnmente usada en la literatura reciente; incluso el propio Suppes la usa en trabajos posteriores al referido. En vez de "teoría de la medición" he definido "sistema de medición". El término "teoría" en este contexto no resulta del todo congruente con la concepción de Suppes de las teorías empíricas, y por ello podría ser confundente en este artículo. Espero que el término elegido no adolezca de este mismo defecto.

Ahora podemos definir con precisión el concepto general de sistema de medición.  $K$  es un *sistema de medición* si y sólo si

- (1)  $K$  es una clase de estructuras relacionales cerrada bajo isomorfismo, y
- (2) existe una secuencia finita  $s$  de enteros positivos y una estructura relacional numérica  $\mathbb{R}$  de tipo  $s$  tal que cada elemento en  $K$  es de tipo  $s$  e incrustable en  $\mathbb{R}$ .

No toda clase de estructuras relacionales similares es un sistema de medición, pero no me puedo extender en este punto aquí. Lo que sí es pertinente mencionar es cómo se entiende un sistema de medición  $K$  empíricamente. Los elementos de los dominios de las estructuras  $k$  en  $K$  son los objetos físicos que poseen la propiedad a ser medida, las relaciones  $R$  de cada una de las estructuras corresponden a las operaciones que se efectúan para llevar a cabo la medición de interés, y la función  $f$  que debe existir para que las estructuras relacionales  $k$  en  $K$  sean incrustables en la estructura numérica  $\mathbb{R}$  representa la magnitud, propiedad física, que se mide. Por ejemplo, en el caso de la medición de la masa por medio de una balanza de brazos iguales, los elementos de los dominios  $A$  de las  $k$  en  $K$  son cuerpos físicos, idealizados como partículas. Una relación  $R^*$  correspondería al hecho de que un cuerpo cualquiera  $a$  puesto en uno de los platillos de la balanza estuviera más abajo que el cuerpo  $a'$  que está en el otro platillo, otra relación  $R^-$  correspondería al hecho de que la balanza estuviera en equilibrio cuando hay dos cuerpos  $a$  y  $a'$  en cada uno de los platillos y, por último, una tercera relación  $R^+$  correspondería a la operación de concatenar físicamente dos cuerpos  $a$  y  $a'$  poniéndolos en el mismo platillo de la balanza. En este caso la función  $f$  es igual a la función masa  $m$ , tal que asigna un valor positivo a los elementos de los dominios  $A$ . (Una axiomatización del sistema de medición de la masa por medio de una balanza de brazos iguales, i.e., de este ejemplo, se encuentra en el capítulo 12 de Suppes (1957) .) Debe notarse que, por ejemplo en este caso de la medición de la masa, se cuantifica el concepto de masa al definirlo como una función valuada numéricamente en  $\mathbb{R}$ , la cual corresponde a la magnitud físi-

ca de los cuerpos a la que se refiere el concepto de masa. En nuestro ejemplo, las  $k$  en  $K$  tienen la forma  $\langle P, R^*, R^-, R^+ \rangle$  y la estructura relacional numérica apropiada es de la forma  $\langle Re, >, =, + \rangle$ . Las estructuras  $k$  capturan las propiedades formales del procedimiento de medición de la masa descrito al relacionarse homomórficamente por medio de la función masa  $m$  a la estructura numérica referida.

Igualmente deben notarse dos cuestiones de naturaleza no formal. Las relaciones  $R$  de las estructuras  $k$  en  $K$  deben ser relaciones naturales y no "patológicas", es más, deben tener un correlato empírico, o una contrapartida operacional realizable experimentalmente. Estructuras con relaciones que no cumplan esta condición, aunque matemáticamente admisibles, son empíricamente inútiles. Por otro lado, la restricción a estructuras relacionales con dominio finito, además de simplificar los problemas matemáticos (éstos surgen cuando se introducen conjuntos infinitos mayores que alef cero), satisface los propósitos empíricos de medición plausibles, puesto que como arguye Suppes: "Ninguna situación científica natural parecería requerir estrictamente la consideración de conjuntos infinitos de datos." (*Ibid*, p. 50.)

Desde un punto de vista formal, según Suppes, hay dos problemas fundamentales para una teoría de la medición dada, ya sea fundamental o derivada. El primero se refiere a la justificación de la asignación de número a objetos. Literalmente hablando, no se pueden tomar los números y aplicarlos a propiedades de objetos físicos; más bien, lo que se hace en la medición es representar numéricamente la cantidad de una magnitud de objetos físicos. Este problema, conocido como el de representación, se resuelve para el caso de la medición fundamental, demostrando que la función  $f$  que va de  $K$  a  $\mathbb{R}$  es una asignación numérica adecuada, en el sentido de que se puede construir con ella una escala de medición para la magnitud en cuestión. Una escala tal es, pues, simplemente una terna ordenada  $\langle K, \mathbb{R}, f \rangle$ , donde, desde luego,  $K$  es una clase de estructuras relacionales empíricas (con dominios empíricos),  $\mathbb{R}$  es una estructura relacional numérica y  $f$  es una función que mapea homomórficamente (y eventualmente isomór-

ficamente)  $K$  en  $\mathbb{R}$ . (Cfr. Suppes y Zinnes (1963), párrafo I.3.) El segundo problema se debe al molesto hecho de que existen, en ocasiones, para la misma magnitud diferentes escalas de medición igualmente correctas. Hay que demostrar entonces, para resolver este problema conocido como el de unicidad, que, salvo unidades de medición, y algunas veces el origen (punto cero), la medición es única. Esto se consigue encontrando transformaciones admisibles, de similitud por ejemplo para el caso de la medición de la masa, que nos permiten pasar de una escala a otra. (*Ibid.*)

En la medición fundamental de una magnitud física está involucrado, además de estructuras relaciones con dominios factuales, un procedimiento empírico de medición. La función  $f$  que hace la asignación numérica va directamente de las estructuras empíricas a la estructura numérica. La medición derivada, en cambio, no involucra un procedimiento de medición, sino más bien, un cálculo matemático, en base a alguna definición o ley científica. Una estructura  $W$  de medición derivada es una estructura  $\langle B, S_1, \dots, S_n \rangle$ , donde  $B$  es un dominio factual y cada  $S_i$ , con  $i = 1, \dots, n$ , es una función numéricamente valuada definida en  $B$  o en productos cartesianos de  $B$  consigo mismo. Una escala de medición derivada es una terna  $\langle W, T, g \rangle$ , donde  $W$  es una estructura de medición derivada,  $T$  es una relación de representación (en la mayoría de los casos expresada por una ecuación) entre los valores de las  $S_i$  y  $g$ , y  $g$  es la función que hace la asignación numérica de la magnitud medida de forma derivada y que va de  $B$  a un dominio numérico. Un ejemplo puede ser útil para explicar esto. El ejemplo paradigmático de la física clásica es el de la densidad. En él, la estructura de medición derivada es  $\langle B, m, V \rangle$ , donde, desde luego,  $m$  es la función masa y  $V$  la función volumen.  $T$  se define por  $T(m, V, d)$  si y sólo si para cada  $b$  en  $B$

$$d(b) = \frac{m(b)}{V(b)},$$

donde  $d$  es la función densidad la cual corresponde a  $g$  en la formulación general. Los teoremas de representación y unici-

dad se demuestran análogamente que en el caso de la medición fundamental.

Ahora bien, una vez expuesta en términos generales la concepción de Suppes de las teorías de la medición, ¿cuál es la función de éstas en la interpretación empírica de las teorías científicas? A grandes rasgos, consiste en conectar los conceptos teóricos pertenecientes a las teorías físicas con la experiencia experimental. Un poco más precisamente y en general, las teorías de la medición no “interpretan” las funciones abstractas que ocurren en la formulación axiomática de una teoría física sino, más bien, las funciones “concretas” que aparecen en una clase específica de realizaciones posibles de una teoría axiomática de la física, *i.e.*, funcionan sobre los modelos posibles de las teorías. Así, para una cierta clase del conjunto de los modelos posibles de una teoría, deben construirse axiomáticamente, según Suppes, las teorías de la medición fundamentales y derivadas que se necesitan para aplicar las funciones concretas que en ella ocurren. Las teorías de la medición requeridas variarán de clase a clase de modelos posibles, como ya he sugerido. Y en todos los casos, algunos de los valores de las funciones concretas serán calculados, determinados por cálculo, usando leyes de la propia teoría física, y no medidos, en el sentido empírico. Para realizar dichos cálculos se requiere, además, creo que sin excepción, hacer uso de leyes específicas de la teoría. Dependiendo de la clase de modelos posibles, los valores de unas de las funciones concretas serán determinados por medición fundamental o derivada, los de otras, por cálculo matemático, pero en todos los casos se usarán, en la aplicación de la teoría, además de las leyes generales, leyes especiales.<sup>11</sup>

En la propuesta semántica de Suppes, son precisamente las teorías de la medición las que funcionan como puente entre el nivel teórico y el experimental al ser usadas, de la manera des-

<sup>11</sup> El hecho de que se usen leyes en todos los casos de medición, hace oscura la distinción entre medición fundamental y derivada. No hay medición exenta de teoría, puramente empírica. Al parecer, todo lo que puede decirse acerca de esta distinción es que en los casos de medición fundamental, además del uso de leyes de la misma teoría, están involucrados procedimientos empíricos de medición, mientras que en medición derivada todos los procedimientos usados son calculísticos.



crita, para aplicar un modelo posible dado a un determinado sistema físico. Es sólo a través de cadenas de teorías de la medición que uno puede aplicar a un sistema físico dado, un modelo posible de la teoría, puesto que son éstas las que nos proveen de los valores medidos de algunas funciones concretas que se requieren para usar las leyes mismas de la teoría. Así, pues, sin las teorías de la medición que nos ofrecen algunos de los valores medidos de objetos físicos particulares, no podríamos aplicar ninguna teoría empírica, ya que no podríamos hacer uso de sus leyes.

De esta manera, por un lado del puente que tienden las teorías de la medición tenemos los modelos propuestos de una teoría axiomática, en las que ocurren las funciones concretas cuyos valores deben ser determinados para construir un modelo (actual). ¿Qué tenemos por el otro lado? Responder que está la experiencia experimental requiere de alguna aclaración. Ese es el tema del siguiente párrafo.

#### 4. *Modelos de datos*

“La experiencia concreta que los científicos etiquetan como experimento no puede en sí misma ser conectada con una teoría en ningún sentido completo. La experiencia debe pasarse a través de un molinillo conceptual que en muchos casos es excesivamente tosco. Una vez que la experiencia ha sido pasada a través del molinillo, frecuentemente en la forma de un reporte muy fragmentario del experimento completo, los datos experimentales emergen en forma canónica y constituyen un modelo del experimento.” (Suppes (1967), p. 62.) De esta cita se desprende que para Suppes de ninguna manera es la experiencia en sí del científico lo que está vinculado con los modelos de una teoría mediante una cadena de teorías de la medición, sino más bien cierto tipo de sistematizaciones de los resultados de la experiencia experimental que recogen los datos cuantitativos de las mediciones y, en general, de las observaciones llevadas a cabo. Tales sistematizaciones de los datos de la experimentación son conceptuales, y no fenoménicos ni sensoriales, y en su elaboración interviene la teoría misma

que se está usando así como, por supuesto, las teorías de la medición relevantes. Obviamente dichas sistematizaciones son más concretas que los modelos de la teoría y están directamente conectadas con las operaciones y observaciones que se efectúan en la experiencia experimental. Quizá a las sistematizaciones de los datos de la experimentación podemos llamarles modelos de datos. (Véase Suppes (1962) y (1960).<sup>12</sup>) Debe notarse que los modelos de los datos y los modelos (potenciales) de las teorías no son entidades del mismo tipo lógico, ni siquiera son de tipo lógico similar, puesto que "Por un lado, tenemos un modelo conjuntista de la teoría más bien elaborado, que contiene funciones continuas o secuencias infinitas, y, por el otro lado, tenemos modelos conjuntistas de los datos altamente finitistas." (Suppes (1960), p. 297.) Esto significa que para comparar ambos tipos de modelos debemos hacer ciertas suposiciones sobre los modelos de los datos, las cuales involucran ciertas idealizaciones sobre los componentes de ellos.

No obstante, sean esas sistematizaciones o no lo que Suppes tiene en mente cuando habla de modelos de datos, me parece claro que, para Suppes, ciertas sistematizaciones de los datos arrojados por la experimentación, como las mencionadas, juegan el papel de intermediarios entre la experiencia experimental misma y los modelos posibles de la teoría, siendo el puente entre ellos las teorías de la medición, destacadamente las de medición fundamental.

Una cuestión de suma importancia sobre la relación entre la teoría y el experimento en la concepción suppesiana, la cual está relacionada con lo anterior, es la que se refiere a la existencia de una jerarquía de teorías, y sus modelos, entre la teoría científica fundamental y la experiencia experimental. En esta jerarquía estarían al menos, además de la teoría mis-

<sup>12</sup> Debo reconocer que estas sistematizaciones no corresponden del todo a lo que Suppes parece llamar modelos de datos en el artículo referido. Sin embargo, Suppes no caracteriza claramente y con precisión a lo que llama ahí un modelo de datos. Más bien es un tanto oscuro en su exposición y el ejemplo del que se sirve para explicarse no puede extrapolarse sin más a otros casos de teoría empíricas, por características propias de la teoría usada en él.

ma y sus modelos (potenciales y actuales), las teorías de la medición y sus modelos y, por último, la teoría del experimento y sus modelos (tal vez, los modelos de datos). Por ejemplo, Suppes afirma al hacer las conclusiones de su artículo sobre los modelos de datos que: "Lo que he intentado argüir es que hay una jerarquía entera de modelos entre el modelo de la teoría básica y la experiencia experimental completa. Más aún, en cada nivel de la jerarquía, hay una teoría de su propio derecho." (Suppes (1962), p. 34.) Y hay conexiones formales entre una teoría de un determinado nivel y las teorías de nivel inferior, por medio de las cuales se provee de significado empírico a la teoría de nivel superior. (Cfr. *ibid.*)

##### 5. ¿Qué es una teoría científica?

Según Suppes esta pregunta no puede contestarse simple y directamente. Quizá no debería intentarse dar respuesta a ella. Por lo menos, de acuerdo a él, no es interesante responderla como una definición de la forma "X es una teoría científica si y sólo si tal y tal". (Véase Suppes (1967).) No obstante, trataré de describir los rasgos que en la concepción suppesiana conforman a las teorías científicas (cuantitativas y no estocásticas).

Con este propósito, llamemos a la axiomatización conjuntista de una teoría  $T$ , la estructura matemática  $E$  asociada a  $T$ . Entonces, a primera inspección, podríamos decir que una teoría está constituida por, al menos, tres elementos: la estructura matemática  $E(T)$  asociada a ella, el conjunto  $Mp(T)$  de sus modelos posibles y la clase  $M(T)$  de sus modelos. Formalmente, podríamos caracterizar a una teoría como una terna ordenada:  $T = \langle E(T), Mp(T), M(T) \rangle$ , donde  $E(T)$  es un conjunto de enunciados, las condiciones de definición del predicado conjuntista  $P$ ; cada elemento de  $Mp(T)$  es una estructura relacional que satisface los axiomas estructurales de  $P$  y cada elemento de  $M(T)$  es un elemento de  $Mp(T)$  que satisface los axiomas propios de  $P$ .

Esta respuesta, aunque parece correcta, no toma en cuenta,

al menos, dos puntos importantes: primero, que para construir la clase de los modelos de una teoría  $T$  como aplicaciones empíricas (efectivas) de  $T$ , se necesita hacer uso de todos aquellos elementos que dan contenido empírico a  $T$ , y que se requieren para averiguar si determinado modelo potencial de  $T$  es efectivamente un modelo (actual) de  $T$ ; segundo, tampoco considera las afirmaciones de Suppes en el sentido de que hay toda una jerarquía de teorías y modelos entre la teoría básica y la experiencia experimental. Estos dos últimos rasgos, aunque tal vez no formen parte de una teoría propiamente dicha, son esenciales, dentro de la concepción de Suppes, de las teorías científicas. O, en otros términos, si no los consideramos, no podemos dar cuenta satisfactoriamente de lo que son las teorías científicas. Así, pues, hay que incluirlos en una concepción general de las teorías.

Al parecer habría que agregar, a los componentes ya mencionados, las teorías de la medición relevantes, que darán contenido empírico a  $T$  al conectar a sus modelos posibles, en última instancia, con las sistematizaciones de datos extraídos de la experiencia experimental. El segundo punto señala la cuestión de cómo ordenar todos estos elementos. Habrá que construir una jerarquía, de forma piramidal, en cuya cúspide esté la teoría científica fundamental, con diferentes niveles correspondientes a los distintos grados de abstracción de sus componentes (hacia abajo, de mayor a menor grado), y que termine, "haciendo tierra", con las sistematizaciones de los datos de la experimentación.

Encuentro dos dificultades para caracterizar conjuntistamente esta jerarquía. Primero, no está precisado en Suppes la naturaleza conjuntista de los componentes de los niveles inferiores de ella; segundo, tampoco están precisadas las relaciones formales entre los componentes de los niveles inferiores, por ejemplo, los modelos de datos, y los de niveles superiores, por ejemplo, las teorías de la medición fundamental. De esta manera, sólo puedo dar un esbozo incompleto de la forma de esta jerarquía. En la cúspide de la jerarquía piramidal estaría una terna ordenada  $\langle E(T), Mp(T), M(T) \rangle$ , que encontramos antes asociada

a una teoría científica. En el siguiente nivel habría un conjunto de entidades similares, ternas ordenadas  $\langle E(Tm), Mp(Tm), M(Tm) \rangle$ , correspondientes a las teorías de la medición relevantes a la teoría básica. (Nótese que el número de ellas no depende del número de los conceptos de la teoría básica, sino más bien del número de procedimientos de medición distintos usados en las diferentes aplicaciones de la teoría básica.) Es más difícil decir que tipo de entidades conjuntistas están en los niveles inferiores de la jerarquía piramidal. Con seguridad sólo podemos decir que son estructuras relacionales de diferente tipo lógico que el correspondiente a los elementos de  $Mp(T)$ . Es realmente problemático suponer axiomatizaciones conjuntistas de lo que Suppes llama en Suppes (1967) “teoría del experimento” y “teoría de los modelos de datos”. La jerarquía como totalidad posiblemente sea una  $n$ -ada ordenada, cuyos componentes se separan por su distinta ubicación de nivel en ella, y cuyo orden está establecido por una relación binaria (concepto comparativo) de “mayor grado de abstracción que”.

¿Qué podemos decir ahora del concepto de teoría empírica de Suppes? Por un lado, no podemos identificar una teoría científica con una jerarquía entera, puesto que incluiríamos otras teorías empíricas, procedimientos metodológicos así como los datos confirmatorios mismos dentro de ella. Por otro lado, no sería satisfactorio identificar una teoría científica con el componente de la cúspide de una jerarquía, ya que él solo no da cuenta de la aplicación empírica de la teoría misma. Creo que lo más adecuado sería identificar una teoría con la parte formal-conceptual asociada a ella, a saber,  $\langle E(T), Mp(T), M(T) \rangle$  junto con las ternas  $\langle E(Tm), Mp(Tm), M(Tm) \rangle$  correspondientes a las teorías de la medición de los conceptos *propios* de la teoría. Si se contara con un medio para identificar a los conceptos que pertenecen propiamente a una teoría dada, podría concebirse dentro del marco conceptual de Suppes a las teorías empíricas como entidades constituidas por un aparato formal-conceptual y las entidades conjuntistas asociadas a las teorías de la medición de sus conceptos propios. Creo que ambos componentes son partes

esenciales de las teorías empíricas en la concepción de Suppes. Debemos añadir a la parte formal-conceptual el conjunto de las  $n$ -adas correspondientes a dichas teorías de la medición, porque es, en todo caso, a través de ellas que se interpretan empíricamente a las teorías mismas. Pero de ninguna manera creo que esta sea una respuesta definitiva, por lo que esta cuestión queda aquí abierta.

Anoté en la *Introducción* que en la concepción suppesiana de las teorías empíricas está ausente una explicación de la naturaleza aproximativa de las aplicaciones de las mismas. No es que Suppes desconozca que las teorías empíricas se aplican sólo aproximativamente, sino que no hay en su filosofía de la ciencia un tratamiento de ello. Esta falta de atención al carácter aproximativo de las aplicaciones, Suppes lo comparte con la gran mayoría de los filósofos de la ciencia contemporánea; de hecho, sólo hay unos cuantos trabajos en los últimos diez años en los que se intentan elucidaciones del concepto de aplicación aproximativa, incorporadas a marcos conceptuales generales sobre la ciencia. Intentaré aquí introducir dentro del marco de la concepción suppesiana una elucidación del concepto de aplicación aproximativa debida a C.U. Moulines (véase Moulines (1982), capítulo 2.7).

En este tratamiento de la aproximación se parte de la idea de "que una teoría sea aplicable a un dominio (empírico) significa formalmente que ese dominio se puede conceptualizar como un modelo de la teoría." (*Ibid*, p. 197.) Y como nuestra conceptualización de un dominio involucra siempre una idealización de él, nuestro modelo será siempre sólo aproximativo. Como no podemos (o debemos) suponer que es posible obtener un modelo "exacto" de un dominio, es apropiado introducir un concepto comparativo entre modelos que nos arroje grados de aproximación entre ellos. Con este enfoque modelo-teórico de la aproximación, y bajo el supuesto de que la clase de los modelos (potenciales) de una teoría axiomatizada por medio de un predicado conjuntista es una entidad bien definida, Moulines utiliza el concepto topológico de uniformidad para definir el concepto de aproximación. El enunciado metateórico elucidado por tal definición es del tipo:

“el modelo potencial  $x$  es una aproximación del modelo potencial  $y$  de la teoría  $T$ ”. Una uniformidad  $U$ , en este caso, es un subconjunto no vacío de la potencia del producto cartesiano de  $Mp$  consigo mismo. A los elementos  $u$  de una uniformidad se les llama conjuntos “borrosos”. Un conjunto borroso  $u$  es, así, una relación binaria definida en  $Mp$ . Si un par de modelos potenciales  $\langle x, y \rangle$  están en un  $u$ , se dice que  $x$  y  $y$  se aproximan entre sí por lo menos en el grado  $u$ . La definición conjuntista es la que sigue.

$U$  es una *uniformidad* sobre  $Mp$  si y sólo si:

- (1)  $\emptyset \neq U \subseteq \text{Pot}(Mp \times Mp)$ .
- (2) para todo  $u_1, u_2$  (si  $u_1 \in U$  y  $u_1 \subseteq u_2$  entonces  $u_2 \in U$ ).
- (3) para todo  $u_1, u_2$  (si  $u_1 \in U$  y  $u_2 \in U$  entonces  $u_1 \cap u_2 \in U$ ).
- (4) para todo  $u$  (si  $u \in U$  entonces  $\Delta(Mp) \in u$ ).
- (5) para todo  $u$  ( $u \in U$  entonces  $u^{-1} \in U$ ).
- (6) para todo  $u_1$ , existe  $u_2$  (si  $u_1 \in U$  entonces  $u_2^2 \subseteq u_1$  y  $u_2 \in U$ ).

( $\Delta(C)$  es la “diagonal” del conjunto  $C$ , i.e., el conjunto de todos los pares idénticos de  $C$ .  $R^{-1}$  es la relación inversa de la relación (binaria)  $R$ .  $R^2 = R \circ R = \{ \langle x, y \rangle : \text{existe } z (\langle x, z \rangle \in R \text{ y } \langle z, y \rangle \in R) \}$ .)

¿Qué significan intuitivamente estos axiomas en términos de aproximación? El primer axioma especifica la naturaleza conjuntista de las uniformidades. (2) afirma que si dos modelos potenciales  $x, y$  se aproximan con un grado  $u_1$ , también se aproximarán en un grado  $u_2$ , mayor que  $u_1$ , en el sentido de que lo contiene. El axioma (3) significa que para dos modelos potenciales cualesquiera, si se aproximan en grados  $u_1$  y  $u_2$ , también se aproximarán en un grado, digamos  $u_3$ , que resulta de la intersección de  $u_1$  y  $u_2$ . (Nótese que, salvo

en los casos en que  $u_1$  y  $u_2$  sean iguales o uno esté incluido propiamente en el otro, el grado de aproximación de  $u_3$  será distinto que el de ellos, pero más estricto que el de ambos.) Por su parte, (4) afirma que el modelo "exacto" (la diagonal) está incluido en cualquier conjunto borroso. (Nótese, no obstante, que no afirma que la diagonal sea un conjunto borroso; esto último no se sigue de los axiomas dados.) (5) dice que el orden de los modelos potenciales en los conjuntos borrosos de una uniformidad no es relevante para el "grado de aproximación" de las aplicaciones de la teoría. Por último, el axioma (6) afirma que para cualquier conjunto borroso que nos dé cierto grado de aproximación, existe en la uniformidad otro conjunto borroso que está incluido en él y que es propiamente más estricto: de hecho, dos veces más estricto. Ciertamente éste es el axioma menos plausible, puesto que implica que para cualquier modelo dado, existe un modelo más aproximativo que él. Sin embargo, no implica que pueda alcanzarse el "modelo exacto", *i.e.*, la diagonal. Hay varios puntos que aclarar y cuestiones importantes que agregar a lo dicho hasta ahora sobre las aplicaciones aproximativas. Por ejemplo, es obvio que no cualquier conjunto borroso será admisible, puesto que su grado de aproximación puede ser muy amplio (es decir, nada estricto) y, por ello, ser empíricamente inútil; por lo que deben acotarse superiormente las uniformidades  $U$ . En general, faltan los criterios que Moulines ofrece para que una uniformidad sea empíricamente admisible. Sin embargo, remito al lector al artículo citado de Moulines para el tratamiento de esos temas.

Creo que es suficientemente claro cómo este enfoque modelo-teórico de las aplicaciones aproximativas encaja coherentemente con la concepción de las teorías científicas de Suppes, en la reconstrucción parcial intentada aquí. Simple y sencillamente podemos incorporar a esta concepción suppesiana el concepto de "aplicación aproximativa" esbozado, llenando la laguna en cuestión.



## REFERENCIAS

- Adams (1955), E. W. Adams, *Axiomatic Foundations of Rigid Body Mechanics*, Stanford University, tesis doctoral, 1955.
- Adams (1959), E. W. Adams, "The Foundations of Rigid Body Mechanics and the Derivation of its Laws from those of Particle Mechanics" en *The Axiomatic Method*, L. Henkin et al (eds.), Amsterdam, 1959.
- Braithwaite (1953), R. B. Braithwaite, *La explicación científica*, Tecnos, Madrid, 1965.
- Bunge (1967), M. A. Bunge, *Foundations of Physics*, Springer-Verlag, 1967.
- Carnap (1936), R. Carnap, "Testability and Meaning" versión abreviada de la 1a. parte en *Readings in the Philosophy of Science*, H. Feigl y M. Brodbeck (eds.), Appleton-Century-Crofts, N.Y., 1953.
- Carnap (1956), "The Methodological Character of the Theoretical Concepts" en *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, H. Feigl y M. Scriven (eds.), University of Minnesota Press, Minneapolis, Vol. 1, 1956.
- Hempel (1952), C.G. Hempel, *Fundamentals of Concept Formation in Empirical Science*, International Encyclopedia of Unified Science, University of Chicago Press, Chicago, 1952.
- Luce (1979), D. Luce, "Suppes' Contributions to the Theory of Measurement" en *Patrick Suppes*, R.J. Bogdan (ed.), Dordrecht, 1979.
- McKinsey, Sugar y Suppes (1953), J.J.C. McKinsey, A.C. Sugar y P. Suppes, "Fundamentos axiomáticos para la mecánica que partículas clásica", *Lecturas Filosóficas*, México, No. 1, 1979.
- McKinsey y Suppes (1953), J.J.C. McKinsey y P. Suppes, "Transformations of Systems of Classical Particle Mechanics", *Journal of Rational Mechanics and Analysis*, 2, 1953.
- Montague (1974), R. Montague, "Deterministic Theories" en *Formal Philosophy*, R.H. Thomson (ed.), New-Haven, Londres, 1974.
- Moulines y Sneed (1979), C.U. Moulines y J.D. Sneed, "La filosofía de la física de Suppes", *Lecturas Filosóficas*, no. 6, México, 1981.
- Moulines (1982), C.U. Moulines, "Aplicación aproximativa de teorías empíricas" en *Exploraciones metacientíficas*, Alianza Universidad, Madrid, 1982.
- Rubin y Suppes (1954), H. Rubin y P. Suppes, "Transformations of Systems of Relativistic Particle Mechanics", *Pacific Journal of Mathematics*, 4, 1954.
- Scott y Suppes (1958), D. Scott y P. Suppes, "Foundations of the Theory of Measurement", *Journal of Symbolic Logic*, 23, 1958. Reproducido en Suppes (1969).
- Stegmüller (1979), W. Stegmüller, *La concepción estructuralista de las teorías*, Alianza Universidad, Madrid, 1981.
- Suppes (1954), P. Suppes, "Some Remarks on the Problems and Methods in the Philosophy of Science", *Philosophy of Science*, 21, 1954.
- Suppes (1957), P. Suppes, *Introduction to Logic*, Van Nostrand, Princeton, 1957.
- Suppes (1959), P. Suppes, "Axioms for Relativistic Kinematics with or without Parity" en *The Axiomatic Method*, L. Henkin et al (eds.), Amsterdam, 1959.
- Suppes (1960), P. Suppes, "A Comparison of the Meaning and uses of Models in Mathematics and the Empirical Sciences", *Synthese*, 12, 1960. Reproducido en Suppes (1969).
- Suppes (1962), P. Suppes, "Models of Data" en *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, E. Nagel et al (eds.), Stanford University Press, Stanford, Calif., 1962. Reproducido en Suppes (1969).
- Suppes y Zinnes (1963), P. Suppes y J.L. Zinnes, "Basic Measurement Theory" en *Handbook of Mathematical Psychology*, D. Luce et al (eds.), John Wiley, N.Y., 1963.
- Suppes (1967), P. Suppes, "What is a Scientific Theory?" en *Philosophy of Science Today*, S. Morgenbesser (ed.), Basic Books, N.Y., 1967.

- Suppes (1969), P. Suppes, *Studies in the Methodology and Foundations of Science: Selected Papers from 1951 to 1969*, Reidel, Dordrecht, 1969.
- Suppes et al (1971), H. Krantz, D. Luce, A. Tversky y P. Suppes, *Foundations of Measurement*, Vol. 1, Academic Press, N.Y., 1971.
- Tarski (1953), A. Tarski, "A General Method in Proofs of Undecidability", en *Undecidable Theories*, A. Tarski, A. Mostowski y R.M. Robinson (eds.), Amsterdam, North-Holland, 1953.

## SUMMARY

A reconstruction of Patrick Suppes' conception of physical theories and of the empirical theories in general (quantitative and non-stochastic) is intended. According to Suppes there are four elements within a theory: a set-theoretical structure; its possible realizations and models; measurement theories (fundamental as well as derivative) and data models of experimentation.

In addition I present Suppes' proposal of axiomatizing a theory set-theoretically. I explain, then, Suppes' views concerning the use of a logical concept of model in the factual interpretation of theories. I pretend to show that it is not enough to specify the proposed physical meaning of the primitives of an axiomatic theory in order to get the intended applications; within this specification the only things possible to eliminate—in an analogous way of the mathematicians—are its “non-standard” models.

Finally, I describe the role of measurement theories in Suppes' views of physical semantics: they behave as a bridge between the models proposed by the theory and certain data systematizations from experimental experience. They connect metrical concepts of theoretical physics with laboratory observations and operations.

[J.L.R.]