

Mario Gómez-Torrente, *Forma y modalidad. Una introducción al concepto de consecuencia lógica*, EUDEBA, Buenos Aires, 2000, 110 pp.

1. *La consecuencia lógica como problema filosófico*

En nuestro concepto cotidiano de *consecuencia*, al que apelamos cada vez que decimos que algo *se sigue* de otra cosa, se confunden una multiplicidad de relaciones: consecuencia analítica, consecuencia metafísica, etc. Entre ellas, la filosofía se ha ocupado de manera central de la noción de *consecuencia lógica*, porque la considera la más fundamental. Ésta se distingue de otros tipos de consecuencia por ser aquella en la que (propiedad modal) la conclusión se sigue por necesidad lógica de las premisas, de tal modo que (propiedad formal) todo argumento de la misma forma muestra la misma propiedad modal. Así, cualquier teoría científica (o filosófica) de la consecuencia lógica debe ser capaz de explicar por lo menos estas dos propiedades “en términos de nociones mejor comprendidas y más claras” (p. 22). Cualquier reconstrucción o definición que fallara en estos dos puntos justificadamente se consideraría un fracaso. Por desgracia, en años recientes, nuestra mejor explicación de dicho concepto, la definición tarskiana, ha sido objeto de serias críticas en estos aspectos. El libro seminal de Etchemendy (1990) puede verse claramente como el detonador de este renovado interés por la obra y el legado de Alfred Tarski. En el marco de esta reevaluación filosófica del trabajo tarskiano, Mario Gómez-Torrente ha contribuido con varios artículos importantes a su defensa. Ahora, gracias a la publicación de este volumen, contamos además con una presentación introductoria, sistemática y en español de sus argumentos principales.¹

Mario Gómez-Torrente divide los capítulos que conforman su libro en aquellos puramente introductorios y aquellos que el propio autor identifica como dedicados a “temas algo más

¹ Aun así, no debe pensarse que la lectura del presente libro sustituye la lectura de tales artículos, los cuales complementan, en un nivel más avanzado y detallado, los puntos que en esta obra se plantean.

avanzados que los introductorios” y que, por consiguiente, pueden “omitirse en una primera lectura”. En este sentido, el libro de Mario incluye una introducción básica al concepto de consecuencia lógica (tal como su subtítulo lo indica), así como una serie de anotaciones más avanzadas sobre el mismo tema. Más allá de los propósitos introductorios, el texto de Gómez-Torrente tiene también como objetivo explícito defender la noción tarskiana de consecuencia lógica de ciertas críticas recientes. En este otro sentido, la obra ofrece tanto una exposición de la noción de consecuencia lógica —desde las concepciones antiguas hasta los debates contemporáneos—, como una defensa de la definición tarskiana. En este aspecto, su objetivo central es determinar los presupuestos bajo los cuales dicha definición sería extensionalmente adecuada. La conclusión que ha obtenido Gómez-Torrente es que, bajo presuposiciones harto razonables, la definición tarskiana es adecuada y captura, por lo menos extensionalmente, el significado de nuestra noción preteórica de consecuencia lógica, cuando identificamos ésta por su carácter formal y modal.

2. *El objetivo de la teoría tarskiana*

Mario Gómez-Torrente acertadamente señala que el objetivo último de la definición tarskiana es *explicar* el concepto intuitivo de consecuencia lógica y que, para ello, basta que ésta (1) se exprese en términos mejor comprendidos y más claros que la noción intuitiva, y (2) sea coextensional con ella. Según el autor, parece claro que el aparato semántico desarrollado por Tarski a fin de definir consecuencia lógica es lo suficientemente claro y comprensible para satisfacer el primer requisito. Es por ello que el grueso del volumen está dedicado a la cuestión de si la definición tarskiana es coextensional con nuestra noción intuitiva de consecuencia lógica. Además, dado que Tarski incorpora el aparato formal desarrollado por Russell y Whitehead (a partir del trabajo de Peano y Frege), la cuestión de la adecuación formal también se da por sentada. Por lo tanto, resta averiguar si la definición tarskiana es también adecuada desde el punto

de vista modal, es decir, si todo caso de consecuencia lógica es también un caso de *seguirse por necesidad lógica*.

En este respecto, Gómez-Torrente recalca una y otra vez que para juzgar la definición tarskiana no se debe tomar como criterio correcto el que sea un *análisis conceptual*, o una *reducción ontológica*, sino una *explicación* del concepto intuitivo de consecuencia lógica. Es importante tener esto en mente cuando se revisan en detalle las críticas recientes al concepto tarskiano de consecuencia lógica, pues varias de ellas van dirigidas contra la tesis de que la definición tarskiana es un buen *análisis* del concepto de consecuencia lógica. Haciendo alusión al trabajo de Etchemendy, por ejemplo, Van McGee (1992, p. 275) escribe:

La conclusión principal a la que le interesa llegar a Etchemendy es que no es lógicamente necesario que en cada modelo un enunciado verdadero sea válido, de tal manera que el bicondicional

Un enunciado es lógicamente válido si y sólo si es verdadero en todo modelo

no es un buen análisis en el mismo sentido en que

Un rombo es un paralelogramo equilátero

lo es. Sin lugar a dudas, esta conclusión de Etchemendy es correcta. Un modelo es un tipo de conjunto, y la lógica pura no requiere que existan conjuntos, así que es lógicamente posible que todo enunciado sea verdadero y, *a fortiori*, no es lógicamente posible que todo enunciado sea válido.²

En (2003, p. 160), Manuel García-Carpintero también señala: “Las críticas de Etchemendy presuponen que **m-t** [la explicación estándar en teoría de modelos de la verdad y la consecuencia lógicas] se proponga como análisis conceptual.” Sin embargo, está claro que la propuesta tarskiana no puede verse como un análisis conceptual estricto pues, como lo ha señalado McGee,

² Las traducciones de las citas son mías; excepto cuando se especifica de otra manera.

las nociones de “satisfacción”, “interpretación”, “modelo”, etc., que aparecen en la definición tarskiana no son conceptos lógicos del mismo tipo que el de consecuencia lógica, sino conceptos técnicos definidos de manera precisa. No obstante, en un análisis conceptual estricto, los conceptos se analizan en componentes del mismo tipo (en el ejemplo de McGee, el concepto geométrico “rombo” se analiza en sus componentes geométricos “paralelogramo” y “equilátero”).³ De no ser así, lo que tenemos no es un análisis, sino una *reducción conceptual*. Además, es importante no confundir el tipo de reducción *conceptual* que hace Tarski con una reducción *ontológica*. Tarski de ninguna manera pretende demostrar que la consecuencia lógica no existe más allá de ciertos fenómenos semánticos, o que todo caso aparente de consecuencia lógica es, en realidad, un caso de (consecuencia lógica)_T.⁴ Tarski define la consecuencia lógica en términos semánticos, no porque crea que éstos tienen una existencia más básica, sino porque nos son más claros y los entendemos mejor. Si bien hay una prioridad explicativa de lo semántico sobre lo lógico en Tarski, de esto no podemos inferir ninguna prioridad ontológica o metafísica.⁵

³ En este punto, no hay que confundir los conceptos técnicos empleados por Tarski con los conceptos semánticos homónimos de los que, en algunos casos, son contrapartida.

⁴ Gómez-Torrente utiliza esta notación para distinguir las definiciones tarskianas de sus contrapartidas intuitivas. Usa la ‘t’ minúscula como subíndice (t) para indicar las nociones tarskianas originales, y la ‘T’ mayúscula, también como subíndice (T), para las nociones tarskianas usuales. Veremos la distinción más adelante.

⁵ En la sección “What Model Theory Cannot Do for You” de su artículo (2004), Scott Shalkowski también defiende la tesis de que la definición tradicional de la noción de consecuencia lógica en términos de modelos no puede verse ni como análisis conceptual, ni como reducción ontológica. A grandes rasgos, el argumento de Shalkowski descansa en la irreducibilidad del aspecto modal de la consecuencia lógica. La definición no funciona (ni como análisis conceptual ni como reducción ontológica de lo modal a lo no modal) por ser circular: la elección del tipo de estructuras matemáticas que servirán como posibles modelos descansa en criterios previos acerca de lo que es lógicamente posible (Shalkowski 2004, p. 69).

Para Shalkowski, la adecuación extensional de la explicación tarskiana tradicional descansa en las tesis de que: (i) todo modelo representa una posibi-

Por otro lado, lo que molesta a los críticos antes mencionados (Etchemendy, McGee, García-Carpintero) no es que la teoría de consecuencia lógica de Tarski no sea cierta, sino que no sea *necesaria*.⁶ Sin embargo, conforme a la perspectiva de Mario Gómez-Torrente, queda claro que la pretensión de Tarski no era dar un análisis conceptual del tipo que McGee busca, y que la pregunta de si su definición establece una identidad lógica, conceptual o metafísicamente necesaria, supone someterla a una condición demasiado fuerte para sus pretensiones explicativas.⁷ La pregunta relevante, ha señalado Gómez Torrente, es si *de hecho* las nociones intuitiva y tarskiana son coextensionales.

Como indicamos anteriormente, Tarski considera que el aparato desarrollado por Russell y Whitehead para su *Principia Matemática* captura correctamente el carácter formal de la noción de consecuencia lógica. Cuando decimos que, dado un argumento lógicamente válido, en todo argumento de la misma forma será también lógicamente válido, hablamos *de la misma forma* en el sentido apuntado por el aparato formal logicista.⁸ En este sentido, y desde nuestro punto de vista contemporáneo, la principal ventaja de la teoría tarskiana con respecto a las teorías lógicas formales previas, desde Aristóteles hasta *Principia Matemática*, es su capacidad de capturar el aspecto modal de la consecuencia lógica.

lidad, y (ii) toda posibilidad está representada por un modelo. (Nótese que Shalkowski favorece la interpretación *representacional* de la definición tarskiana tradicional.) Sin embargo, no puede justificar internamente (es decir, sin apelar a criterios metafísicos fuertes) ninguna de ellas. En cierto sentido, el libro de Gómez-Torrente trata de servir como argumento a favor de (la versión no representacionista de) las tesis (i) y (ii), sin intentar una reducción o un análisis conceptual de la modalidad lógica.

⁶ En el resto de la discusión, se pregunta si no será acaso *por lo menos* metafísicamente necesaria.

⁷ En su respuesta, Gómez-Torrente (2003, pp. 199–200) escribe: “difícilmente se ha propuesto alguna vez como análisis conceptual de la noción común una noción que pretenda ser una versión técnica o científica de algún concepto común, y no hay nada de malo en ello”.

⁸ Uso aquí el término “logicista” en el sentido de Grattan-Guinness (2000), para distinguirlo del aparato lógico formal algebraico.

La motivación principal de Tarski, sin embargo, no era ésta. Tarski simplemente buscaba corregir algunas debilidades extensionales de las teorías deductivistas. Tarski no creía que las teorías de lógica formal basadas en la noción de *derivación* fracasaban porque no podían explicar el carácter modal de la consecuencia lógica; fallaban, más bien, por no capturar *todos* los casos intuitivos de consecuencia lógica. El problema que Tarski trataba de subsanar, por lo tanto, era un problema de adecuación extensional. En particular, Tarski se dio cuenta de que, en los sistemas de reglas hasta entonces aceptadas, era posible construir teorías ω -incompletas, donde, dado un predicado P , podían derivarse todas las oraciones de la forma $P(n)$ para todo numeral n y, sin embargo, no era posible derivar la oración universal “Para todo número natural n , $P(n)$.” Ahora bien, señala Gómez-Torrente, es importante percatarse de que, pese a que ha despertado perplejidades en los comentaristas contemporáneos de la obra de Tarski, el problema de las teorías ω -incompletas es sólo un ejemplo de las limitaciones que sufren las propuestas deductivistas.⁹ Ahora bien, como el mismo Tarski se dio cuenta, los resultados de incompleción de Gödel nos han dado razones definitivas para rechazar las propuestas deductivistas.

Una vez rechazada la opción de explicar el concepto de consecuencia lógica en términos de derivabilidad, Tarski retoma la ya vieja propuesta de definirlo en términos de preservación de verdad. Según esta propuesta, un argumento es lógicamente

⁹ En este aspecto —señala Gómez-Torrente—, es importante tener en cuenta la confianza de Tarski en el proyecto logicista, donde los conceptos aritméticos podían ser definidos lógicamente, de tal manera que argumentos como el que preocupaba a Tarski (de $\{P(1), P(2), P(3), \dots\}$ a “Para todo n , $P(n)$ ”) habrían de verse como casos de consecuencia *lógica* genuina. Por un lado, es un hecho que, en los lenguajes de primer orden, la relación de consecuencia lógica definida por Tarski coincide extensionalmente con la de derivabilidad. Sin embargo, una lectura más atenta de la obra tarskiana revela que su interés no se reducía al lenguaje lógico de primer orden, y que consideraba igualmente *lógicos* otros lenguajes. Escribe Mario Gómez-Torrente: “No cabe duda de que Tarski consideraba los primitivos habituales de la teoría simple de tipos como expresiones lógicas y, por tanto, a sus propiedades inferenciales como objeto de estudio de la lógica” (Gómez-Torrente 2000, p. 31).

válido —la conclusión es consecuencia lógica de las premisas— si y sólo si ningún argumento de la misma forma tiene premisas verdaderas y consecuencia falsa. Tarski refuerza esta condición incorporando el concepto semántico de *interpretación*, de tal manera que, en vez de hablar de diferentes argumentos de la misma forma (obtenidos a través de la sustitución de expresiones no lógicas dentro de un lenguaje determinado), hablemos de diferentes interpretaciones del mismo argumento. De este modo, un argumento es lógicamente válido si y sólo si la conclusión es verdadera en toda interpretación de las expresiones no lógicas de las premisas que las haga verdaderas.

El siguiente paso de la propuesta tarskiana es sustituir el impreciso e intuitivo concepto de *interpretación* por un concepto preciso y científicamente austero. Para ello utiliza la noción de *estructura* que ya había desarrollado antes para la definición de la verdad en los lenguajes formales. Así, la noción de consecuencia lógica queda definida por la siguiente condición:

- (T) Un enunciado A es (consecuencia lógica)_T de un conjunto de enunciados G si y sólo si toda estructura que hace a todos los enunciados de G verdaderos, hace también verdadera a A .

Nótese que ninguna noción modal queda involucrada en la definición de Tarski. En este sentido, no podemos sustituir (T) por (T') o (T''), sin violentar severamente la propuesta tarskiana.

- (T') Un enunciado A es (consecuencia lógica)_t de un conjunto de enunciados G si y sólo si toda estructura *posible* que hace a todos los enunciados de G verdaderos, hace también verdadera a A .
- (T'') Un enunciado A es (consecuencia lógica)_t de un conjunto de enunciados G si y sólo si toda estructura que hace a todos los enunciados de G verdaderos, *debe* hacer también verdadera a A .¹⁰

¹⁰ A menos que la expresión “debe” sea leída enfáticamente, en vez de modalmente. A este respecto, véase Gómez-Torrente 2003.

Este asunto es importante para entender las restricciones impuestas por Tarski a la adecuación modal de su definición. Volvemos a él más adelante, cuando discutamos la respuesta de Gómez-Torrente a los argumentos de contingencia.

3. *La adecuación modal de la definición tarskiana*

Como hemos dicho, una manera de distinguir la consecuencia lógica de otro tipo de relaciones de consecuencia es que, en los casos de validez lógica, la conclusión se sigue *con necesidad lógica* de las premisas. Para evitar la aparente circularidad de esta afirmación, es necesario distinguir entre *implicación con necesidad lógica* y *consecuencia lógica* propiamente dicha.¹¹ La diferencia descansa en que el adjetivo “lógica” ocurre de manera distinta dentro de cada noción. En el primer caso, el adjetivo refiere a cierta modalidad estricta de la implicación,

¹¹ Es precisamente aquí donde los puntos de vista de Gómez-Torrente y Etchemendy divergen de manera más radical. En la exposición de Gómez-Torrente, la distinción entre *implicación con necesidad lógica* y *consecuencia lógica* está íntimamente ligada a la distinción entre consecuencia *analítica* y consecuencia *lógica*. En el primer capítulo de su libro, escribe: “¿Coinciden la relación de implicación por necesidad lógica y la relación de consecuencia lógica? ¿Son la misma relación? El punto de vista usual sobre esta cuestión es que son relaciones distintas. Se suele aceptar, por ejemplo, que ciertas implicaciones que se dan en virtud del significado de ciertos predicados son implicaciones por necesidad lógica, a pesar de que no son casos de consecuencia lógica.” (Gómez-Torrente 2000, p. 16)

Sin embargo, Etchemendy rechaza la distinción entre “consecuencia *en virtud del significado*” y “consecuencia *lógica*” y, con ella, la idea de que hay casos de implicación por necesidad lógica que no son casos de consecuencia lógica genuina. Según él, es vital deshacerse del mito quineano de la *consecuencia analítica* antes de poder ver con claridad las deficiencias de la propuesta tarskiana. A grandes rasgos, para Etchemendy, todo intento de distinguir entre “implicación con necesidad lógica” y “consecuencia lógica” termina siendo una petición de principio por parte del tarskiano, y los casos de consecuencia lógica genuina sólo son aquellos captados por el concepto tarskiano. Así es como Etchemendy interpreta los resultados de Kreisel. Como veremos más adelante, la interpretación de estos mismos resultados por parte de Gómez-Torrente va en la dirección contraria. Para él, una vez que aceptamos la distinción entre “implicación con necesidad lógica” y “consecuencia lógica”, los resultados de Kreisel nos permiten ver que la definición tarskiana captura exitosamente la extensión del concepto intuitivo de consecuencia lógica.

mientras que en la segunda refiere a la razón subyacente de tal consecuencia. En otras palabras, un enunciado es consecuencia *lógica* de otro si se sigue de aquél *por razones lógicas exclusivamente*. Análogamente, una *verdad lógica* es aquella cuya verdad descansa en razones meramente lógicas, y debe distinguirse de las verdades *lógicamente necesarias*. Esta distinción es importante para la discusión del trabajo de Tarski, pues éste tuvo mucho cuidado de no introducir ningún elemento modal en sus consideraciones lógicas. Aún más, como Mario Gómez-Torrente mismo lo señala,

Tarski era profundamente escéptico acerca de la inteligibilidad y el valor filosófico de las propiedades modales, como la necesidad (lógica o de cualquier otra especie), la aprioricidad, la analiticidad, etc., y es dudoso que alguna vez se haya sentido inclinado a usar estas nociones en razonamientos sobre los que pretendiese descargar algún peso. (p. 47)

Para Tarski, pues, no existen ni la *necesidad* lógica ni la implicación con *necesidad* lógica; sin embargo, para *nosotros*, al evaluar la adecuación de la noción tarskiana sí nos sirve tomar en cuenta el carácter modal comúnmente asociado a la noción de consecuencia lógica. Es importante tenerlo en cuenta a la hora de resolver la cuestión de si la noción tarskiana captura de manera exitosa la extensión de dicho concepto intuitivo. Para responder esta pregunta, nos será muy útil tomar en consideración que la consecuencia lógica se entiende de manera tradicional como un tipo de implicación por necesidad lógica.¹²

¹² Manuel García-Carpintero acusa a Gómez-Torrente de confundir el hecho *biográfico* de que Tarski hubiera expresado explícitamente una posición deflacionista con respecto a lo modal, con el hecho *histórico* de que la definición tarskiana misma deba interpretarse de esta manera. Para García-Carpintero, la pregunta relevante es si “un lector de su trabajo publicado [el de Tarski], con conocimiento del contexto en el cual fue producido y de los problemas filosóficos a los que responde, ignorante de otros detalles del punto de vista del autor contenidos en cartas, memorias, etc., puede obtener racionalmente de tal lectura” una visión deflacionista o no (García-Carpintero 2003, p. 161). Para García-Carpintero, la respuesta es no. Sin embargo, la evidencia tex-

Es importante notar, además, que en la literatura filosófica reciente, la necesidad lógica de la implicación por (consecuencia lógica)_T no se verifica de manera directa, sino reduciéndola a la necesidad lógica de las (verdades lógicas)_T. Dada la dificultad de verificar directamente si todo caso de (consecuencia lógica)_t es un caso de implicación lógicamente necesaria, es decir, que si A es (consecuencia lógica)_t de G , entonces es lógicamente necesario que A se siga de G , la discusión sobre la adecuación modal de la definición tarskiana de consecuencia lógica se ha centrado en el caso límite en el cual el conjunto G de premisas es vacío. Dado que de la adecuación modal de la definición tarskiana de consecuencia lógica se sigue que todo enunciado verdadero bajo cualquier (interpretación)_t de sus constantes no lógicas sería lógicamente necesario, la estrategia de los críticos de Tarski ha sido buscar contraejemplos a esta tesis derivada: enunciados verdaderos, cuya re(interpretación)_t no altere su valor de verdad y, no obstante, no sean lógicamente necesarios desde el punto de vista intuitivo. Enunciados como “ $\exists x \exists x, \neg x = x$,” o “ $\exists x \exists x, \exists x, ((\neg x = x, \wedge \neg x = x,))$ ” parecen expresar verdades contingentes respecto a cuantos objetos existen de hecho y, no obstante, son (consecuencia lógica)_t de cualquier conjunto de premisas. Así lo señala John Etchemendy:

Empecemos considerando el ejemplo más obvio: los hechos que corresponden al tamaño del universo, al *número* de individuos que existen [...]. De acuerdo con la concepción estándar, ninguno de éstos [los enunciados acerca del número de individuos que existen] debiera resultar lógicamente verdadero: seguramente, el tamaño del universo no es cuestión de lógica [...]. El punto importante aquí es [...] que estos juicios dependen claramente de un estado de cosas no lógico. (Etchemendy 1990, p. 111)

En su propia defensa de la definición tarskiana, García-Carpintero (1993) compara esta estrategia contra Tarski con la vieja crítica de Wittgenstein y Ramsey en contra del viejo intento de

tual contenida en el libro aquí reseñado claramente va mas allá de las meras “cartas, memorias, etc.” A este respecto, véase también la respuesta de Gómez-Torrente 2003.

Frege y Russell por definir verdad y consecuencia lógica en términos de máxima generalidad:

La crítica de Wittgenstein y Ramsey se suele presentar como si no consistiera más que en ofrecer algunos contraejemplos. “Hay más de dos cosas” es uno de los más típicos: asumiendo su traducción en primer orden, y asumiendo que el signo de identidad es una constante lógica, es un enunciado verdadero de generalidad máxima; pero intuitivamente no es una verdad lógica. Sin embargo, al presentarla de esta manera, se pierde el meollo de la crítica. Además, hay una respuesta obvia al presunto contraejemplo desde la perspectiva de Frege y Russell. Cuando cuantificamos en el lenguaje natural —podrían argüir—, restringimos nuestros cuantificadores a un dominio implícitamente especificado. Por lo tanto, el defensor del punto de vista de Frege y Russell podría argüir que, a la hora de presentar la forma lógica del enunciado, deberíamos hacer explícito el presupuesto implícito. (García-Carpintero 1993, p. 108)

Ésta es precisamente la estrategia que, según Gómez-Torrente, hemos de seguir para interpretar la teoría tarskiana adecuadamente. Para Gómez-Torrente, efectivamente, “cuantificadores aparentemente no relativizados como ‘ $\exists x$ ’ o ‘ $\exists x,$ ’ están de hecho relativizados a través de una construcción sintáctica especial tácita a un predicado *no lógico* ‘U’, cuya interpretación pone límites a las interpretaciones de los otros predicados no lógicos —que han de ‘sacarse’ de la interpretación de ‘U’— [y] por ejemplo, una oración como ‘ $\exists x \exists x, \neg x = x,$ ’ sería en realidad una forma de abreviar la oración ‘ $\exists x \cup x \exists x, Ux, \neg x = x,$ ’” (p. 54). De tal manera, este enunciado ya no sería (consecuencia lógica)_t de cualquier conjunto de premisas ni, por lo tanto, (verdad lógica)_t.¹³

Sin embargo, para que tal estrategia sea aplicable al caso tarskiano, Gómez-Torrente necesita comparar “la definición tarskiana usual” de consecuencia lógica, es decir, la definición que comúnmente se le atribuye en la bibliografía lógica y filosófica,

¹³ Timothy Bays defiende esta lectura de Gómez-Torrente; sin embargo, Bays difiere de Gómez-Torrente en otros aspectos exegéticos. Véase Bays 2001.

con la definición de consecuencia lógica que Tarski presenta *de hecho* en su artículo “On the Concept of Logical Consequence” (1936), pues solamente así los alegados contraejemplos sobre la cardinalidad del universo no son consecuencia lógica de cualquier conjunto de enunciados. Según Gómez-Torrente, tenemos justificación para llamar a esta nueva definición —y a su correlativa definición de verdad lógica— “tarskianas usuales” porque (1) “son definibles usando métodos enteramente tarskianos” (p. 53), (2) “son mencionadas por Tarski” (p. 53), (3) comúnmente se le atribuyen a él, y (4) sus diferencias “son más aparentes que reales” (p. 53). Si hacemos una “suposición inusual pero razonable” (p. 54) con respecto a la restricción del dominio de cuantificación, estas nuevas nociones “no serían diferentes a las nociones definidas por Tarski que vimos en el capítulo IV, sino más bien versiones diferentes de una misma noción” (p. 55). Además, señala Gómez-Torrente, la adopción de tal supuesto no es una adición que el intérprete caritativo de Tarski deba hacer; más bien hay evidencia clara en la obra de este filósofo, para interpretar así su definición.¹⁴

Antes de continuar, vale la pena señalar que los presuntos contraejemplos de Etchemendy (1990) no están dirigidos de manera directa a la inadecuación modal de la definición tarskiana, sino a la “suposición de que *hechos* de un tipo no lógico pueden afectar el resultado de su prueba [de consecuencia lógica] solamente si se incluyen *expresiones* de un tipo no lógico en el conjunto de términos fijos” (Etchemendy 1990, p. 111). Según Etchemendy, argumentos de este tipo demuestran que “no todos los hechos de un tipo no lógico involucran individuos o propiedades específicas” (p. 111), sino que hay enunciados absolutamente generales cuya verdad no es lógica. En este sentido, la crítica de Etchemendy está dirigida primordialmente a la caracterización, explícita en el logicismo de Frege y Russell, de las verdades lógicas como verdades de *máxima generalidad*. Tal vez por ello, Gómez-Torrente se cuida de no atribuirle a Etchemendy el uso de este argumento como objeción de la ade-

¹⁴ Respecto a la interpretación que Gómez-Torrente ofrece de los pasajes relevantes para esta tesis, véase Bays 2001.

cuación modal de la definición. En el pasaje de la obra (pp. 48–56) en que se discuten estos supuestos contraejemplos, no se menciona en lo absoluto el nombre de Etchemendy. Es más, una lectura cuidadosa de (Etchemendy 1990) debe dejar claro que las críticas a Tarski ahí contenidas no buscan defender la irreducibilidad del componente modal de la noción de consecuencia lógica.

Finalmente, también habría sido injusto presentar así la crítica de Etchemendy (1990), ya que sus argumentos a favor de la tesis de que existen (verdades lógicas)_T que no serían verdades lógicas intuitivas son más sofisticados de lo que podrían sugerir estos ejemplos. Gómez-Torrente presenta estos contraejemplos simplemente como “una objeción que podría hacerse” sin comprometerse a decir si en efecto alguien o quién la ha hecho ya. Por lo tanto, se podría acusar a Gómez-Torrente de luchar con un hombre de paja en este punto; sin embargo, tal acusación sería injusta. Si bien es cierto que dicha objeción es fácil de superar, también lo es que la misma idea subyace en los argumentos de contingencia más complejos. De ahí que sea importante entender exactamente por qué los presuntos contraejemplos sencillos no funcionan, antes de entender la pertinencia de las versiones más sofisticadas. Nótese, además, que cuando Gómez-Torrente introduce esta posible objeción, al final de capítulo V, explícitamente dice que puede utilizarse “para ilustrar la forma en que el razonamiento con nociones modales podría utilizarse para sacar conclusiones de interés para la cuestión de la corrección de la definición de (consecuencia lógica)_t” (p. 48). Los contraejemplos se introducen justamente con este objetivo, y es en esta dirección adonde se orientan los comentarios de Gómez-Torrente. Como tales, son más que pertinentes dentro de una introducción a la discusión alrededor del concepto tarskiano de (consecuencia lógica)_T. Las respuestas a las objeciones más sofisticadas deben buscarse en el resto de la obra del autor, en especial en Gómez-Torrente 1996.

Por el otro lado, la teoría tarskiana no es una teoría del tipo que preocupa a Etchemendy en este sentido, ya que no trata de reducir la noción modal de necesidad lógica por ningún tipo de

generalidad (de interpretaciones). Además, como señala Gómez-Torrente, su propuesta “no va acompañada de ninguna tesis sustancial respecto a las relaciones entre la noción intuitiva de implicación por necesidad lógica y la noción de generalidad” (p. 58). Sin embargo, gran parte del libro de Gómez-Torrente presupone que el aspecto modal es una propiedad importante *atribuida* al concepto de consecuencia y que, por lo tanto, al preguntarse por la adecuación del concepto técnico definido respecto al intuitivo, es pertinente tomarlo en cuenta. En este sentido, las teorías cuantificacionales —aquellas que sí tratan de definir la noción de consecuencia lógica en términos de generalidad— pueden servirnos para seguir explorando la adecuación modal del concepto tarskiano. En otras palabras, si bien nos es difícil poner a prueba la definición tarskiana de manera directa con la noción intuitiva, las aproximaciones cuantificacionales no sirven de guía de aproximación a ésta. Los resultados de los capítulos VII y VIII, pues, quedan relativizados al éxito de las teorías cuantificacionales. Señala Mario Gómez-Torrente:

[E]l interés del resultado depende en gran medida de que la noción intuitiva de consecuencia lógica sea analizable por medio de una de las nociones generalistas de consecuencia lógica expuestas en este capítulo. Si no lo es [...], entonces tendremos razones para pensar que no hemos mostrado (ni siquiera para lenguajes de primer orden) que la noción de (consecuencia lógica)_T es correcta respecto a la noción intuitiva de consecuencia lógica. (p. 65)

De ahí que en el capítulo VII, Gómez-Torrente se dedique a estudiar la relación entre la noción tarskiana de consecuencia lógica y las teorías cuantificacionales de la implicación por necesidad lógica más usuales. Estas teorías se caracterizan por el supuesto común de que la implicación por necesidad lógica “se da entre un conjunto de premisas K y X tal que *para todo modo de interpretar* esas expresiones de forma que todas las oraciones de K sean verdaderas, también X será verdadera” (p. 57). Diferentes maneras de entender “modo de interpretar” dan pie a diferentes teorías cuantificacionales. Mario Gómez-Torrente está interesado primordialmente en tres tipos de ellas:

(*Cl*) aquellas en las que las posibles interpretaciones de los elementos no lógicos del lenguaje son clases, (*Col*) aquellas cuyos universos son conjuntos de objetos *posibles*, y finalmente, (*CLP*) aquellas donde el universo de cuantificación es una *clase posible*. Extendiendo el argumento clásico de Georg Kreisel (1967), Gómez-Torrente dedica la parte final del capítulo VII a demostrar que todo caso de (consecuencia lógica)_T es un caso de implicación por necesidad lógica, bajo cualquiera de las teorías cuantificacionales antes mencionadas (el resultado inverso es trivial). El argumento está basado en la observación de que hay cálculos deductivos para la lógica de primer orden que son completos con respecto a la noción tarskiana tradicional de consecuencia lógica e intuitivamente correctos con respecto a las nociones cuantificacionales de implicación por necesidad lógica. Estos cálculos, pues, sirven de puente entre la noción tarskiana tradicional y las cuantificacionales.

A continuación, el capítulo VIII, marcado como no introductorio, no ofrece una demostración, pero sí “algunas razones para pensar” (p. 67) que algo similar puede decirse para los lenguajes de segundo orden. Tal argumento debe complementarse con los argumentos y las consideraciones de Gómez-Torrente presentadas en su artículo (1999), según el cual los argumentos esgrimidos en contra de tal tesis por parte de Etchemendy (1990) y McGee (1992) no son definitivos y —añade Gómez-Torrente— es posible que no puedan serlo. El artículo se introduce de manera interesante en discusiones centrales para la filosofía de las matemáticas, especialmente en relación con la categoricidad de las teorías matemáticas.

El capítulo IX introduce dos nuevos criterios para juzgar la adecuación modal de la noción tarskiana tradicional: *analiticidad* y *aprioricidad*. En el primer caso, la pregunta es si en todo caso de (consecuencia lógica)_T, la conclusión se obtiene de las premisas por un razonamiento *a priori*. En una primera aproximación, la respuesta es negativa, ya que hay enunciados del lenguaje formal, como ‘ $\exists x x = x$ ’ y ‘ $\exists x 0 = x$ ’ que pueden interpretarse como enunciados de algún lenguaje natural (por ejemplo, “hay un filósofo idéntico a sí mismo” y “hay un filósofo-

fo idéntico a Aristóteles”, respectivamente) que son (verdades lógicas)_T y, sin embargo, no parecen verdades *a priori*. Esto se debe a que la noción tarskiana tradicional de consecuencia lógica sólo considera estructuras de dominio no vacío, donde todas las constantes tienen denotación. Las razones para esta convención son meramente pragmáticas, así que no es difícil readaptar la noción tarskiana para eliminar estos contraejemplos. Sin embargo, aún falta probar que, bajo el supuesto adicional de que hay al menos un objeto en el universo y que todas las constantes individuales refieren, la noción tarskiana de consecuencia lógica no va más allá de la de implicación *a priori*, cuando se aplica a lenguajes de primer orden. Para ello, Mario Gómez-Torrente vuelve a apelar al argumento de Kreisel y a la existencia de cálculos deductivos completos *con respecto a la implicación a priori* para la lógica de primer orden. El caso de los lenguajes de orden superior no es mucho más complejo, ya que, aunque no contamos con ningún cálculo efectivo para producir mecánicamente todas sus (verdades lógicas)_T o casos de (consecuencia lógica)_T, no tenemos razón suficiente para pensar que alguna de ellas no pueda derivarse en por lo menos algún cálculo efectivo.

La pregunta de si todo caso de (consecuencia lógica)_T es también un caso de implicación analítica, donde la conclusión se sigue de las premisas en virtud del significado de las constantes lógicas del lenguaje al que pertenecen (bajo el supuesto adicional de que el universo cuenta con por lo menos un objeto y toda constante lógica tiene denotación), es tan sencilla que, justificadamente, Mario Gómez-Torrente lo deja como ejercicio. Efectivamente, una simple extensión del argumento de Kreisel nos da una respuesta casi inmediata.

Gómez-Torrente dedica el resto del capítulo a responder a un argumento de Etchemendy (1990), según el cual hay por lo menos una oración de segundo orden que es (lógicamente verdadera)_T y, sin embargo, no es analítica. El supuesto contraejemplo sería una oración *A* de segundo orden tal que la afirmación de su (verdad lógica)_T sería lógicamente equivalente a la hipótesis del continuo o su negación (dependiendo de cuál de las dos sea de hecho verdadera). Dado que ni la hipótesis

del continuo ni su negación son analíticas, es decir, verdaderas en virtud del significado de sus expresiones, tanto lógicas como no lógicas, tampoco es analítico que A sea una (verdad lógica)_T. Por lo tanto, concluye Etchemendy, A tampoco podría ser una verdad analítica.

Es fácil ver, siguiendo a Gómez-Torrente, que el argumento de Etchemendy es inválido, ya que de que una oración dada no sea analítica no se sigue que todo enunciado equivalente a ella tampoco lo sea. De esta manera, es posible que sea analítico que A sea una (verdad lógica)_T aunque ni la hipótesis del continuo ni su negación lo sean.

Con estas consideraciones, Gómez-Torrente finaliza su defensa de la adecuación formal y modal de la definición tarskiana usual de consecuencia lógica. Pasa entonces, por el resto del libro, a tratar el problema de las constantes lógicas en Tarski.

4. *El problema de las constantes lógicas*

Está claro que tanto en la definición original, como en su versión usual, la extensión del concepto tarskiano de consecuencia lógica depende de manera fuerte de la selección de constantes lógicas en el lenguaje bajo consideración. De tal manera que los argumentos desarrollados a lo largo del volumen objeto de este texto dependen también del supuesto implícito de que las constantes lógicas usuales (el cuantificador universal de primer orden, el condicional, la negación, los paréntesis y la igualdad) son *el* conjunto de las constantes lógicas. Tarski no era ingenuo al respecto y ello le molestaba. Por eso, especialmente en sus últimos años de vida, buscó “dar una caracterización o definición precisa del conjunto de las constantes lógicas en términos de conceptos matemáticos” (p. 91).

Si bien es cierto que Tarski usaba el adjetivo “lógica” “con distintos grados de amplitud en distintos contextos” (p. 94), y que era escéptico en cuanto a “la posibilidad de encontrar una distinción precisa entre las constantes lógicas y las no lógicas” (p. 94), también es cierto que gran parte de su trabajo se dedicó a la búsqueda de una definición de constante lógica elemental sobre una base conceptualmente austera. Sin embargo, la

definición que produjo al final de su vida, y en colaboración con Steven Givant (1987), no logra su cometido. Dicha definición está basada en la definición tarskiana de *noción lógica* (1966) como elemento lingüístico invariante bajo toda permutación del universo de discurso sobre sí mismo. De esta forma, una constante lógica elemental es, según la definición de Tarski y Givant, “una constante que denota una noción lógica en *todo* universo de discurso y, por tanto, en toda interpretación” (p. 98).

Gómez-Torrente contrasta esta definición con la propuesta por Sher (1991) y otros —tomando como base el trabajo sobre cuantificadores generalizados de Mostowski (1957)—, la cual requiere una invariancia de denotación bajo toda biyección entre universos de la misma cardinalidad. Concluye que tanto la definición de Tarski y Givant como su variante mostowskiana proporcionan una condición *necesaria* para las constantes lógicas elementales.¹⁵ Sin embargo, no dan una condición *suficiente*.¹⁶ Para tener una caracterización extensional de las constantes lógicas, Mario Gómez-Torrente propone complementar estas definiciones con consideraciones modales similares a las que guiaron su argumentación respecto al concepto de (consecuencia lógica)_T a lo largo del libro. Así, dado que todas las consideraciones que se hicieron a lo largo del libro pertenecen a una noción de (consecuencia lógica)_T definida bajo la hipótesis de que las constantes lógicas habituales eran *las* constantes lógicas elementales, su éxito al capturar la noción intuitiva de consecuencia lógica nos da buenas razones para pensar que dicha hipótesis es verdadera. En otras palabras, el argumento expuesto a lo largo del libro puede verse también como un largo argumento a favor de la tesis de que las constantes lógicas tradicionales son *las* constantes lógicas elementales.

¹⁵ Independientemente de la cuestión de si hemos de incluir cuantificadores de orden superior.

¹⁶ Una versión más detallada del análisis de Gómez-Torrente sobre las propuestas de Tarski-Givant y la variante mostowskiana de Sher, entre otras, se encuentra en Gómez-Torrente 2002. Sher 2003 responde a las críticas de Gómez-Torrente, y éste ofrece su réplica en el mismo volumen 2003.

Finalmente, Mario Gómez-Torrente añade un breve apéndice donde, de una manera clara y concisa, introduce y justifica el uso de las semicomillas quineanas.

5. *Comentarios finales*

La organización del presente volumen y la presentación de los temas ahí expuestos es excelente. El autor siempre deja en claro la dirección que está siguiendo su argumentación, y tiene cuidado en explicitar supuestos y conclusiones intermedias, además de detenerse de manera constante a recapitular los resultados alcanzados. Cada capítulo termina con una síntesis de los resultados que, además de señalar sus limitaciones, apunta hacia otras direcciones de exploración, incluyendo bibliografía complementaria.

Si bien el libro empieza introduciendo las nociones más básicas sobre las cuales está construida la noción tarskiana de consecuencia lógica, es evidente que lectores que no estén ya familiarizados con algunos temas de metalógica tendrán graves problemas para tratar de seguir el flujo de la argumentación. Si bien el autor intenta dar una presentación intuitiva de la mayoría de los resultados técnicos a los que apela, la sutileza y la riqueza de la discusión sólo pueden apreciarse con el instrumental técnico adecuado.

Asimismo, las discusiones filosóficas son también complejas y elaboradas. A su servidor, por ejemplo, le costó trabajo seguir los argumentos metafísicos comprendidos en el problema de la contingencia; sin embargo, es bastante encomiable el trabajo del autor al tratar de presentarnos el tema de la consecuencia lógica poniendo de relieve su carácter filosófico. Después de haber leído esta obra, no me cabe duda de que las intenciones y el alcance de la definición tarskiana son eminentemente filosóficos.

En el prefacio, el autor nos comenta que el presente texto surgió de una serie de borradores elaborados para un seminario impartido en la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Buenos Aires, en el segundo semestre de 1996. Este breve comentario nos señala dos cosas importantes: primero, que esta obra serviría muy bien de libro de texto para un seminario

avanzado sobre consecuencia lógica y, segundo, que los asistentes a aquel seminario en Buenos Aires deben considerarse muy afortunados de haber sido introducidos a este importante tema de la mano de un filósofo como Mario Gómez-Torrente.

AXEL BARCELÓ ASPEITIA
 Instituto de Investigaciones Filosóficas
 Universidad Nacional Autónoma de México
 abarcelo@minerva.filosoficas.unam.mx

BIBLIOGRAFÍA

- Bays, Timothy, 2001, “On Tarski on Models”, *Journal of Symbolic Logic*, vol. 66, no. 4, pp. 1701–1726.
- Etchemendy, John, 1990, *The Concept of Logical Consequence*, Harvard University Press, Cambridge.
- García-Carpintero, Manuel, 2003, “Gómez-Torrente on Modality and Tarskian Logical Consequence”, *Theoria*, vol. 18/2, no. 47, pp. 159–170.
- , 1993, “The Grounds for the Model-Theoretic Account of the Logical Properties”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 34, no. 1, pp. 107–131.
- Gómez-Torrente, Mario, 2003, “The ‘Must’ and the ‘Heptahedron’. Remarks on Remarks”, *Theoria*, vol. 18/2, no. 47, pp. 199–206.
- , 2002, “The Problem of Logical Constants”, *The Bulletin of Symbolic Logic*, vol. 8, no. 1, pp. 1–37.
- , 1999, “Logical Truth and Tarskian Logical Truth”, *Synthese*, 117, pp. 375–408.
- , 1996, “Tarski on Logical Consequence”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 37, no. 1, pp. 125–151.
- Grattan-Guinness, Ivor, 2000, *The Search for Mathematical Roots, 1870–1940*, Princeton University Press, Princeton.
- Kreisel, Georg, 1967, “Informal Rigour and Completeness Proofs”, en I. Lakatos, *Problems in the Philosophy of Mathematics*, North-Holland, Amsterdam, pp. 138–157.
- McGee, Vann, 1992, “Two Problems with Tarski’s Theory of Consequence”, *Proceedings of the Aristotelian Society*, n.s., vol. 92, pp. 273–292.

- Mostowski, Andrzej, 1957, “On a Generalization of Quantifiers”, *Fundamenta Mathematicae*, vol. 44, pp. 12–36.
- Shalkowski, Scott A., 2004, “Logic and Absolute Necessity”, *The Journal of Philosophy*, vol. 101, no. 2, pp. 55–82.
- Sher, Gila, 2003, “A Characterization of Logical Constants *Is Possible*”, *Theoria*, vol. 18/2, no. 47, pp. 189–198.
- , 1991, *The Bounds of Logic. A Generalized Viewpoint*, MIT Press, Cambridge.
- Tarski, Alfred, 1936, “On the Concept of Logical Consequence”, en Alfred Tarski, 1956, *Logics, Semantics, Metamathematics*, Clarendon Press, Oxford, pp. 409–420.
- Tarski, Alfred y Steven Givant, 1987, *A Formalization of Set Theory without Variables*, American Mathematical Society, Providence.