CRÍTICA, *Revista Hispanoamericana de Filosofía*
Vol. XX, No. 60 (diciembre 1988): 13–30

MEDICIONES IDEALES EN LA MECÁNICA CUÁNTICA

SERGIO MARTÍNEZ
Instituto de Investigaciones Filosóficas
UNAM

> *—when you analyse this language that the physicists have fallen into that physics is about the results of observations— you find that on analysis it evaporates and nothing very clear is being said.*
>
> JOHN BELL

1. *Introducción*

Los esfuerzos por encontrar una interpretación satisfactoria de la mecánica cuántica han tenido y seguirán teniendo importantes implicaciones a todo lo largo y ancho de la filosofía de la ciencia. En este trabajo examinamos un aspecto importante de este problema: el problema de caracterizar los sistemas (propiedades o procesos físicos) a los que la mecánica cuántica se refiere. ¿Qué tipo de cambio en propiedades de sistemas individuales genera la estructura estadística (ampliamente corroborada experimentalmente) de la teoría cuántica? Una forma de abordar este problema es a través de un análisis de la fórmula que supuestamente describe la transformación de estado físico que tiene lugar en una medición. Esta fórmula la denotaremos aquí con VNL. VNL fue introducida por Von Neumann en 1932 y modificada por Lüders en 1951. Sobre la base de una distinción entre dos tipos de estados cuánticos, y de resultados obtenidos previamente, formularemos una interpretación de la fórmula VNL que, en contraposición a las interpretaciones usuales, deja ver claramente su contenido físico así como su estructura matemática.

En este trabajo entendemos por "medición" un proceso físico que lleva a la determinación (total o parcial) del estado de un sistema. En la física estadística clásica una medición ideal puede caracterizarse como un proceso de *observación* seguido de uno de *clasificación* (Furry (1965)). En general, dada cierta magnitud física, la física clásica presupone que tal sistema, en un tiempo dado, tiene un valor preciso y determinado de esta magnitud y que la medición consiste únicamente en descubrir, con mayor o menor exactitud, cuál es ese valor. Sin embargo, *en la mecánica cuántica parece que no es posible interpretar ni siquiera las mediciones más idealizadas como procesos de observación y clasificación.*

Por ejemplo, si medimos s_Z, la componente z de la magnitud física spin de una colectividad (*ensemble*) de partículas (que pueden tomar los valores + y −), y formamos una colectividad con las partículas de valor +, la probabilidad de obtener una partícula con valor + para el spin es 1. Si en esta colectividad medimos s_X, spin en dirección x, encontramos que la probabilidad de que la medición resulte en uno de los dos valores posibles + y − es $\frac{1}{2}$. Si ahora volvemos a medir s_Z en la colectividad inicial (reuniendo las dos colectividades obtenidas después de medir s_X), o si medimos s_Z en una de las subcolectividades generadas por la medición de s_X, encontramos que la medición no da como resultado + con certidumbre (probabilidad 1). La medición de s_X ha perturbado la colectividad de tal forma que los sistemas individuales no tienen ya un valor definido para s_Z.

Esta perturbación puede interpretarse de diferentes formas, pero es claro que experimentos como el anteriormente mencionado involucran perturbación, por lo menos en el sentido siguiente: Los experimentos requieren el uso de un nuevo operador estadístico para describir el estado de la colectividad (*ensemble*) al final de la medición. Este operador nos lo proporciona el algoritmo fundamental de la mecánica cuántica. Pero ¿cómo podemos interpretar este estado de cosas en términos de los sistemas individuales que componen la colectividad? En la mecánica estadística clásica las probabilidades obtenidas pueden interpretarse como frecuencias relativas (de valores de magnitudes). Sin embargo, esto no parece ser posible en el caso de las probabilidades generadas por la mecánica cuántica.[1] La pregunta es, entonces, ¿de qué son estadísticas las estadísticas cuánticas? Una forma de enfocar este problema es a través de una discusión del llamado postulado de la proyección. Esto requiere la introducción preliminar de una distinción importante.

2. *Dos conceptos de estado físico*

La discusión presente se basa en la distinción entre dos conceptos de estado físico necesarios para la interpretación de la mecánica cuántica. Quiero distinguir entre el concepto de estado estadístico y el concepto de estado individual de un sistema.[2]

[1] Interpretaciones estadísticas o mínimas de la mecánica cuántica tratan de explicar la estadística por medio de un análisis semiclásico en el que las partículas tienen siempre trayectorias definidas. Einstein es famoso por sugerir una interpretación de este tipo. (Ver Schilpp (1949), Ballantine (1972).) Una propuesta reciente para reconstruir la idea de Einstein se encuentra en Fine (1986). Una interpretación estadística o mínima tiene que confrontar una serie de resultados (basados en los teoremas de Kochen y Specker y de Bell en particular) que parecen excluir las versiones físicamente aceptables de una interpretación mínima. Asumimos aquí que éstas, y otras razones, justifican la búsqueda de una interpretación realista no mínima del postulado de la proyección.

[2] Usualmente estos dos conceptos de estado se confunden. Esta con-

La idea detrás de esta distinción no es nueva. Puede decirse que es tan antigua como la mecánica cuántica, aunque la preponderancia de tendencias positivistas ha hecho que se pierda el rastro de tal idea en las formulaciones y discusiones actuales.

Estados individuales describen el estado actual del sistema, esto es, el conjunto de las propiedades físicas que el sistema "tiene" con respecto a una teoría, en este caso la teoría cuántica. *Estados estadísticos* (puros) son medidas de probabilidad generadas por el algoritmo fundamental de la mecánica cuántica, interpretadas como asignaciones de la probabilidad de que las propiedades se preserven a través de estados individuales que representan el cambio de estado inherente a una medición. El hecho de que estados individuales estén relacionados no por una ley determinista (causal), sino únicamente por medio de probabilidades, expresa el origen del carácter indeterminista de la mecánica cuántica. Estados estadísticos son los estados a los que las leyes dinámicas se aplican (determinísticamente). Generalmente se asume que los estados estadísticos se corresponden uno a uno con los estados individuales de un sistema dado. Esquemáticamente, la idea usual es que el estado individual generado por un vector-estado α consiste en todos los valores propios de subespacios (correspondientes a propiedades del sistema) que incluyen α. En el lenguaje de la lógica (semántica) algebraica, el estado individual generado por α es el ultrafiltro generado por α.[3]

fusión parece tener su origen (por lo menos parcialmente) en el análisis del proceso de la medición a través del famoso "colapso del paquete de ondas". De acuerdo con esta idea, las probabilidades de transición entre estados cuánticos son probabilidades de transición de superposiciones a vectores-estado. Esto oscurece la diferencia que según nosotros debe mantenerse entre vectores-estado y estados individuales.

[3] Kochen (1979) distingue entre estados individuales y estados estadísticos. La distinción que introduzco en este trabajo es similar aunque

En 1987 introdujimos la idea de un estado individual relativo a magnitudes. Un estado relativo a magnitudes es un conjunto de propiedades que corresponden a valores propios de subespacios del espacio total que, a su vez, son subespacios del subespacio asociado con una magnitud máxima (con respecto a la cual el estado se relativiza). En este marco semántico las probabilidades de transición postuladas describen transiciones entre estados individuales *directamente* y no a través de estados estadísticos. Esto restringe el conjunto de propiedades que un sistema "tiene" a aquellas propiedades correspondientes a valores de magnitudes que son compatibles con la magnitud en cuestión.[4]

hay diferencias importantes que no vienen al caso. Una distinción parecida puede vislumbrarse en la interpretación modal de Van Fraassen (1981). En otro trabajo (en preparación) muestro cómo estas ideas pueden implementarse y clarificarse en el marco semántico reticular que he presentado en (1987).

[4] A continuación resumimos el argumento relevante en Martínez (1987). Identificamos una magnitud física con un retículo booleano atómico completo generado por un conjunto de eventos posibles y mutuamente excluyentes. Definimos "contexto de medición" por un par (a, M), donde a es un átomo y M una magnitud máxima. El ultrafiltro booleano en M, que denotamos por [a)M representa el estado individual (que llamamos estado de tipo B) generado por el contexto (a, M). Finalmente postulamos que los estados individuales (de tipo B) están relacionados por una función de probabilidad de transiciones. Un estado individual es accesible a partir de otro si la probabilidad de transición es diferente de cero.

Dado un sistema en estado inicial [a)M, hay en general varios estados que son accesibles en una magnitud N. Cada uno de estos estados (átomos) generan transformaciones que llamamos *consonantes* con la medición de N. En caso de existir un solo átomo b en N, que es accesible a partir de a, esto es, el caso en que existe una única transformación de estado T(a, b) que puede representar la medición de N, decimos que T(a, b) es una transformación *pura*. Puede mostrarse que las transformaciones puras generan una relación (simétrica) I entre magnitudes. Si dos magnitudes están relacionadas por I decimos que las magnitudes son *relativamente ideales*. El teorema central en (1987) establece que si dos magnitudes M y N son relativamente ideales, entonces la única transformación consonante con una medición de una submagnitud de N, con el sistema inicialmente en el contexto (a, M), es una transformación pura dada por la fórmula VNL.

Sobre la base de la suposición de que estados individuales son relativos a magnitudes (como se precisa en 1987) mostramos que la fórmula de VNL puede derivarse, en un marco lógico-cuántico, de principios físicos simples. La fórmula VNL describe la única transformación que satisface la propiedad de que el estado final sea "accesible" con certidumbre (probabilidad 1) a partir del estado inicial en una magnitud que puede mostrarse, existe y es única. Un estado individual *a* es accesible a partir de otro estado individual *b* si la probabilidad de transición entre los dos estados es diferente de cero.

3. *El postulado de la proyección*

Una medición genera una transformación de estado estadístico. Esta transformación puede ser afectada por las características particulares de un aparato de medición, además de representar el producto de la perturbación inherente a la medición. Nos interesa el problema de caracterizar las transformaciones de estado que son producto de la perturbación inherente a la medición. En general, transformaciones de estado pueden representarse por funciones de dos variables, $T(\alpha, r)$, donde el primer argumento es un vector en el espacio de Hilbert del sistema que representa el estado inicial del sistema, y el segundo argumento es el valor (propio) de una magnitud que representa el resultado de la medición. $T(\alpha, r) \epsilon H$ es el vector representante del estado final de acuerdo con la transformación T.

Una medición puede ser máxima o no máxima. Una medición es *máxima* si medimos una magnitud máxima. Esto es, si los valores posibles de la medición se corresponden uno a uno con "rayos" (subespacios cerrados de dimensión 1) del espacio de Hilbert. Una medición es *no máxima* si la medición concluye con un valor que corresponde a un subespacio de dimensión mayor o igual a dos. En el caso de una medición máxima, la transformación de estado que expresa la perturbación (mínima) generada por la medición no es ambigua. Esto se sigue del postulado fundamental que identifica las magnitudes físicas de un sistema con los subespacios (cerrados) del espacio de Hilbert que representa el sistema. El sistema, inicialmente en estado α (digamos) concluye la medición en el estado correspondiente al valor medido. Este es el estado final T(α, r). Ahora podemos formular el principio de Von Neumann de la siguiente manera. *A la transformación $\alpha \rightarrow T(\alpha, r)$ entre estados estadísticos corresponde una transformación de estados individuales que representa una medición mínimamente perturbada.*[5] A continuación ilustramos el uso del principio en la interpretación del proceso de medición.

Sea S un sistema que puede representarse por un vector-estado en un espacio H_3, esto es, un espacio de Hilbert de tres dimensiones (isomórfico a un espacio euclidiano de tres dimensiones) y sean M y N dos magnitudes definidas así: $M = \{\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3\}$, $N = \{\beta 1, \beta 2, \beta 3\}$. Supongamos que el sistema está en estado inicial $\alpha 1$ y que medimos la magnitud N con resultado b1 (el valor correspondiente al vector $\beta 1$). En *condiciones ideales*, esto es, cuando dejamos de lado toda perturbación a excepción de la perturbación inherente a la medición, si el resultado de la medición es b1, entonces el estado final del sistema es $\beta 1$. El significado de estas "condiciones ideales" es claro en términos de la estructura estadística

[5] Von Neumann consideraba este principio "indispensable para la estructura conceptual de la mecánica cuántica", y él le da buen uso en la tarea de interpretar el formalismo matemático en términos físicos. Sin embargo, la única evidencia que Von Neumann presenta a favor de su principio se basa en su interpretación del experimento de Compton-Simons. Sneed (1966) ha mostrado que tal argumento afronta dificultades serias.

de la teoría. Condiciones ideales se obtienen cuando el estado ha sido *preparado* con anterioridad a la medición en estado $\alpha 1$ y la lectura del estado final se hace *inmediatamente después* de la medición (de tal forma que podemos ignorar la evolución dinámica del estado después de la medición). Esta operacionalización de la noción de condiciones ideales da como resultado la clase de transformaciones de estado llamadas "de primer orden".[6]

En el caso de mediciones no máximas no existe un único vector que corresponda al valor medido. El problema surge de justificar teóricamente una de las posibles transformaciones de estado como la descripción de la transformación $T(\alpha, r)$ que describe la perturbación inherente a la medición (tanto a nivel estadístico como a nivel de estados de sistemas individuales). Supongamos, en nuestro ejemplo anterior, que el resultado de la medición es el valor d que corresponde al subespacio S generado por los vectores $\beta 2$ y $\beta 3$. ¿Cuál sería el estado final de acuerdo con la fórmula de Von Neumann? Existen infinitos vectores en el subespacio S y cada uno de ellos es un candidato para la descripción del estado final de acuerdo con el principio de Von Neumann.

Von Neumann sugirió (1932) que mediciones no máximas deberían interpretarse como mediciones de magnitudes máximas con *información incompleta* acerca de la naturaleza de la medición. Una medición no máxima para

[6] Dejamos de lado un problema serio. Supongamos que el postulado de Von Neumann define una clase de procesos físicos. Existe la posibilidad de que tales procesos sean muy raros o incluso inexistentes, en cuyo caso la fórmula de Von Neumann, y por consiguiente la fórmula VNL, describiría una clase vacía (o casi vacía) de transformaciones físicas. Éste es un problema serio para la interpretación usual de la fórmula VNL, ya que existen importantes restricciones al tipo de transformaciones físicas que la fórmula de Lüders describiría en la interpretación usual, que son consecuencia de las leyes dinámicas de la mecánica cuántica. Por ejemplo, restricciones generadas por los teoremas de Wigner y Araki y Yanase. Para un examen de estos teoremas y algunas de sus consecuencias, ver Stein y Shimony (1971).

Von Neumann era una medición máxima disfrazada con las imperfecciones inherentes a los instrumentos usados en la medición. La fórmula de Von Neumann entonces, así entendida, haría la selección del estado final dependiente de la magnitud máxima implícitamente medida.

Lüders (1951) parece haber sido el primero en sugerir que la descripción de Von Neumann de mediciones no máximas no es correcta. Según Lüders existen *mediciones no máximas genuinas*, esto es, mediciones que corresponden a procesos físicos que no presuponen una medición máxima. Bub (1979) llama a estas mediciones "mediciones no máximas autónomas". Mediciones no máximas genuinas (de primer orden) forman, supuestamente, una clase natural de transformaciones físicas caracterizadas en términos de un criterio de perturbación mínima. Las transformaciones asociadas con estas mediciones se describen por medio de la fórmula de Lüders que dice que el estado final de un sistema inicialmente en estado α y resultado de medición r está dado por la proyección del (vector) estado inicial en el subespacio correspondiente al valor medido r. Supongamos que, en nuestro ejemplo anterior, el valor b2 corresponde al subespacio (plano) generado por $\beta 2$ y $\beta 3$. La fórmula de Lüders nos dice que el estado final está dado por la proyección ortogonal del vector α en el subespacio asociado con el valor b2.

La fórmula VNL es una de tantas posibles transformaciones de estado que podrían describir una medición no máxima de primer orden, pero es la única que permite la explicación física de importantes aspectos de la estructura matemática de la estadística; por ejemplo, la relación entre la conmutatividad de operadores y la propiedad física de compatibilidad de magnitudes. El problema surge entonces de justificar teóricamente la fórmula. Aunque importante, este problema se pasa casi siempre por alto en discusiones de los fundamentos de la teoría cuántica. Jauch (1968), por ejemplo, introduce como sigue la fórmula VNL: Para proyecciones unidimensionales P y estado estadístico previo a la medición Z la mecánica cuántica nos dice que

(1) $\quad PZP = (TrZP)P$

Esta ecuación se sigue del hecho de que $TrZP = (\phi, Z\phi)$, donde P es una proyección unidimensional con rango ϕ. Haciendo uso de (1) y del algoritmo fundamental de la mecánica cuántica que (en este caso) dice que la probabilidad wk de obtener el valor rk de la magnitud R (con descomposición espectral $R= \Sigma rkPk$) es $wk=Tr(ZPk)$, se sigue que el estado final Z' está dado por la fórmula VNL:

(2) $\quad Z' = \Sigma PrZPr$ $\quad$ para proyecciones unidimensionales Pr.

En el caso de proyecciones de más de una dimensión, esto es, en el caso de mediciones no máximas, nos dice Jauch, que es también "conveniente" introducir la noción de medición ideal, dada por la fórmula (2). Ésta es una motivación poco convincente para un principio tan básico y controvertido.

Podríamos pensar que Jauch está definiendo simplemente el significado de la noción de medición ideal. Esto se adecua muy bien a una serie de resultados concernientes a la estructura matemática de la estadística cuántica, en particular a la prueba de Bub (1979) de que la fórmula VNL es la fórmula de condicionalización generalizada en estructuras no booleanas de eventos. Así como al resultado de Herbut (1969) que muestra que la fórmula de Lüders se sigue de la suposición de que transformaciones de estado ideales perturban mínimamente la métrica del espacio de Hilbert de operadores asociados con un sistema físico. Sin embargo, esto sólo es aceptable si pensamos en transformaciones de estados estadísticos. La motivación de Jauch, sin embargo, no es aplicable al problema de justificar la fórmula VNL como una descripción de estados individuales.

Además, según Jauch, una medición no máxima "*leaves us with a certain freedom of choice... which cannot be removed without a detailed knowledge of the actual measuring equipment*" (Jauch, 1968, II.3). De ser así, mediciones no máximas (ideales) no se regirían por la fórmula VNL, sino que dependerían de la magnitud máxima que nos proporcionaría un conocimiento detallado del proceso de medición. Esto es, parece ser que la idea de Jauch nos llevaría a interpretar mediciones máximas de acuerdo con el principio de Von Neumann, en desacuerdo con la fórmula VNL.

En 1987 hemos mostrado que la fórmula VNL recibe una interpretación clara y precisa como una descripción de mediciones puras (ver nota 4). Ahora queremos mostrar que la interpretación del contenido físico de la fórmula VNL, como una descripción de mediciones puras, captura la intuición inicial de Von Neumann sin caer en la reificación injustificada de una clase de transformaciones físicas tal y como la interpretación usual de la fórmula VNL sugiere.

Empecemos por discutir las razones que llevaron a los físicos a rechazar la idea de Von Neumann y aceptar las razones dadas por Lüders y otros en favor de la fórmula VNL. Primero hacemos notar que Von Neumann estaba proponiendo dos cosas diferentes. Por un lado, proponía una fórmula para la descripción del cambio de estado estadístico en el proceso de la medición. Por el otro, proponía una interpretación de mediciones como transformaciones de estados individuales, de acuerdo con lo cual una medición no máxima es en realidad una medición máxima con pérdida de información. La primera propuesta se refiere a la adecuación empírica de la fórmula; la segunda se refiere al problema de la interpretación semántica de la teoría y de mediciones no máximas en particular. Esto último es lo que nos interesa aquí.

4. *Las objeciones a la fórmula de Von Neumann*

Las siguientes objeciones se hallan inicialmente en Lüders (1951) pero están desarrolladas en Bub (1979).

i) La medición de una magnitud altamente degenerada (*highly degenerate*) permite únicamente aserciones relativamente débiles acerca de la colectividad en cuestión. El cambio de estado correspondiente debería ser pequeño, mientras que, precisamente en este caso, la fórmula propuesta por Von Neumann genera una colectividad muy complicada.

ii) Uno esperaría que tal y como sucede con estados estadísticos (como consecuencia de la estructura lineal de los espacios de Hilbert), el cambio de estado debería depender sólo de Z y rk (donde rk es un valor propio de R). En particular, deberíamos esperar que, cuando el estado inicial es puro, el estado final será también puro.

Para ver la importancia de la primera objeción consideremos el caso extremo de una medición del operador de identidad (unidad). En este caso todos los vectores son vectores propios del valor propio 1. La propuesta de Von Neumann nos llevaría a asignar como estado final una mezcla en que todos los vectores serían igualmente probables.[7] Sin embargo, en este caso parece obvio que

[7] Aquí se aprecia mejor el carácter de la primera interpretación de la propuesta de Von Neumann. La idea de fondo es que es al nivel de *observaciones* donde las probabilidades pueden y deben interpretarse objetivamente (como frecuencias relativas de resultados de medición). Otras probabilidades simplemente se ignoran. Atisbamos otra vez la relación íntima que existe entre los problemas en la interpretación de la mecánica cuántica y los problemas en la interpretación de probabilidades.

no deberíamos esperar ningún cambio en el estado inicial del sistema.

La segunda objeción es sumamente relevante para nuestra discusión presente. El estado estadístico final después de la medición de una magnitud no máxima, está dado por la proyección del estado inicial en el subespacio correspondiente al valor medido. La medición no depende de una magnitud máxima y, además, es tal que si el estado inicial es puro, el estado final también lo es. Esta propiedad de las transformaciones de estados estadísticos está íntimamente relacionada con el hecho de que la fórmula VNL es la fórmula de probabilidad condicional en estructuras no booleanas de propiedades (o eventos).

Si nos restringimos a explicar la mera adecuación empírica de la teoría a resultados observacionales, interpretando vectores-estado como asignaciones de grados subjetivos de creencia, las razones que pueden darse para justificar el uso de la fórmula clásica de probabilidad condicional en una estructura booleana de propiedades, nos llevan a seleccionar la fórmula VNL en el caso de estructuras estadísticas cuánticas (ver Teller (1976) y (1983)). Como ya hemos mencionado antes, esto no es suficiente para entender el cambio de estado físico inherente a la medición, si es que ocurre alguno.

Para entender la segunda dificultad con la propuesta de Von Neumann para transformaciones individuales de estado recurramos al siguiente ejemplo (Bub (1979)): supongamos que el sistema S_1+S_2 se representa por el espacio de Hilbert $H_1 \times H_2$, donde H_1 representa S_1 y H_2 representa S_2. Sea A una magnitud máxima en S_1 y supongamos que medimos la magnitud no máxima $A \times I_2$ en $H_1 \times H_2$. De acuerdo con la propuesta de Von Neumann el estado resultante de esta medición depende de la magnitud máxima que el proceso de la medición selecciona. La medición de $A \times I_2$ es, sin embargo, desde una perspectiva natural y convincente, independiente de la selección de una magnitud máxima. Después de todo, $A \times I_2$ es, desde un punto de vista físico, equivalente a la medición de A en S_1.

Antes de entrar a evaluar estas objeciones debemos distinguir dos maneras de interpretar la idea de medición máxima a la Von Neumann. En la que llamaré *interpretación estricta* el aparato que ejecuta la medición está realmente midiendo una magnitud máxima aunque no podamos determinar la situación física con la suficiente precisión como para saber cuál es esa magnitud máxima. En la interpretación que aquí se propone la medición en cuestión es sólo "equivalente", en un sentido que se precisa abajo, a una medición máxima (privilegiada).

En nuestra ilustración de la segunda objeción se asume que una medición de uno de los subsistemas del sistema compuesto S_1+S_2 se hace con un aparato que ejecuta *efectivamente* una medición máxima en el sistema compuesto. Esto se considera inaceptable ya que parecería implicar que nuestro aparato de medición puede leer nuestra mente y/o adivinar cuál es el sistema total del que S_1 es un subsistema. Pero esta no es la única forma posible de interpretar la propuesta de Von Neumann.

Hacemos notar que la aplicación de la fórmula VNL involucra estipulaciones en el proceso de la medición. Es claro que muchos experimentos que un físico llamaría una medición no obedecen la fórmula de Lüders, ni siquiera aproximadamente. La idea común es que estas estipulaciones pueden entenderse como condiciones que permiten aislar la medición de toda perturbación con la excepción de la perturbación mínima inherente a la medición. Pero no parece haber ningún criterio físicamente satisfactorio que nos permita formular esta idea claramente (ver Martínez (1988) y otras referencias mencionadas allí).

5. *Una interpretación alternativa de la propuesta de Von Neumann*

Nuestra distinción entre estados individuales y estadísticos, así como la derivación de la fórmula VNL en el marco semántico de estados individuales relativos a magnitudes, sugiere la siguiente interpretación. Una medición no máxima ideal es "equivalente" a una medición máxima única en el sentido siguiente: la medición termina con el mismo resultado y con la misma transformación de estado generada por una medición de la magnitud máxima privilegiada (es decir, la única magnitud que genera una transformación pura). En la interpretación estricta el aparato determina la magnitud porque, en realidad, está midiendo la magnitud. En la segunda interpretación la determinación es de naturaleza diferente. El aparato interactúa con el sistema que está siendo medido de tal forma que cambia el sistema en cierto modo. Este es el tipo de cambio que hace de la medición una medición ideal; el tipo de perturbación que corresponde al cambio de estado individual generado por una medición de la magnitud máxima privilegiada. De esta forma el cambio de estado físico inherente a la medición se caracteriza por lo que sucede al estado individual en un proceso de medición ideal.

En nuestra interpretación el análisis de la segunda dificultad con la propuesta de Von Neumann es simple. Una medición de uno de los miembros del sistema compuesto se hace con un aparato que no ejecuta una medición máxima en el sistema compuesto como un todo (como la primera interpretación requeriría). Con esta interpretación en mente, la propuesta de Von Neumann se torna problemática. Más bien, de acuerdo con la interpretación de la idea de Von Neumann que proponemos aquí, la medición de uno de los subsistemas resulta en un cambio en el estado individual del sistema compuesto que, en condiciones ideales, es el mismo cambio que experimentaría si fuera medido con un aparato diferente, que midiera la magnitud máxima únicamente asociada con la fórmula VNL (ver nota 4).

Una medición en un subsistema del sistema compuesto no tiene que construirse como una medición en el sistema compuesto, sino ser sólo "equivalente" a una medición que no depende de la medición de una magnitud máxima arbitraria. La única dificultad potencial en esta interpretación resulta de que, en general, el estado individual del sistema compuesto cambia con la medición de uno de los subsistemas. Pero esto no es problema si estamos dispuestos a tomar seriamente lo que muchos creen que es la lección de los teoremas de Bell (ver, por ejemplo, Shimony (1979)) —que los miembros del sistema compuesto no deben verse como sistemas separados. Los detalles de tal interpretación requieren por supuesto un estudio más detallado de la relación entre estados individuales y estados estadísticos, y cómo estos estados se relacionan con las leyes de evolución dinámica de la teoría. Dejaremos este tema para un estudio posterior.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ballantine, L. (1972): "Einstein's Interpretation of Quantum Mechanics", *American Journal of Physics*, 40: 1763–71.

Bub, J. (1979): "The Measurement Problem in Quantum Mechanics", en *Problems in the Foundations of Physics*, T. Di Francia (ed.), Nueva York.

Fine, A. (1986): *The Shaky Game, Einstein Realism and the Quantum Theory*, Chicago, Univ. of Chicago Press.

Furry, W. (1965): "Some Aspects of the Quantum Theory of Measurement", *Lectures in Theoretical Physics*, VIIIA, Boulder, Colorado.

Herbut, F. (1969): "Derivation of the Change of State in Measurement from the Concept of Minimal Measurement", *Annals of Physics*, 55: 271–300.

Jauch, J. M. (1968): *Foundations of Quantum Mechanics*, Addison-Wesley.

Kochen, S. (1979): "The Interpretation of Quantum Mechanics", Dept. de Matemáticas, Princeton Univ., manuscrito.

Lüders, G. (1951): "Über die Zustandsänderung durch den Meßprozess", *Annalen der Physik*, 8: 322–328.

Martínez, S. (1987): "Lüders' Rule as a Description of Individual State Transformations", por publicarse próximamente en *Philosophy of Science*.

—— (1988): "Minimal Disturbance in Quantum Logic", *Proceedings of the 1988 Philosophy of Science Association Meetings*, vol. 1, East Lansing, Philosophy of Science Assoc.

Schilpp, P. (ed.) (1949): *Albert Einstein: Philosopher Scientist*, La Salle, Ill., Open Court.

Shimony, A. (1979): "Metaphysical Problems in the Foundations of Quantum Mechanics", *International Philosophical Quarterly*, 18: 3–17.

Sneed, J. (1966): "Von Neumann's Argument for the Projection Postulate", *Philosophy of Science*, 33: 22–39.

Stein, H. y A. Shimony (1971): "Limitations on Measurement", en B. d'Espagnat (ed.), *Foundations of Quantum Mechanics*, 55–76, Nueva York, Academic Press.

Teller, P. (1976): "Conditionalization, Observation and Change of Preference", en W. Harper y C. Hooker (eds.), *Foundations of Probability Theory, Statistical Inference, and Statistical Theories of Science*, Dordrecht, D. Reidel.

—— (1983): "The Projection Postulate as a Fortuitous Approximation", *Philosophy of Science*, *50*: 413–431.

Van Fraassen, B. (1981): "A Modal Interpretation of Quantum Mechanics", en *Current Issues in Quantum Logic*, E. Beltrametti y B. Van Fraassen (eds.), Nueva York, Plenum Press.

Von Neumann, J. (1932): *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlín, Springer Verlag.

Recibido: 16 agosto 1988.

SUMMARY

As a series of investigations have shown, the interpretation of the change upon measurement in quantum mechanics described by the "projection postulate", as a purely statistical formula, is clear. This formula, here denoted by VNL, is a version of the conditional expectation in Hilbert spaces, and this mathematical result can be given a solid physical interpretation in terms of quantum statistics. The problem of interpretation arises when the formula comes in for interpretation, as a description of what happens to (states of) individual systems in measurement. Usual interpretations see the formula VNL as a description of a class of measurement transformations which are "minimally disturbing". However, a series of arguments show that such an interpretation is seriously flawed. (See Teller (1983), Martínez (1988) and references therein.)

In Martínez (1987) I have derived the formula VNL from simple physical assumptions in a lattice theoretical framework. The formula so derived describes individual state transformations of a certain type. The states involved are states that describe the properties a system has relative to magnitudes (measuring situations). In this paper I propose that the change of state on measurement described by the formula VNL, as derived in (1987), can be understood as a change on individual states along the lines of Von Neumann's initial proposal for interpreting non-maximal measurements. I discuss the objections raised by Lüders and others to Von Neumann's idea and show that they do not apply to the interpretation proposed here. This proposal has the advantage, among others, that it does not need to reify a controversial class of "minimally disturbing measurement transformations".